DIOGENIS SAKELLARIOU
Assistant à l'École des Hautes Études Industrielles
de Thessaloniki

UNE ESTIMATION NON LINEAIRE DE LA FONCTION DE PRODUCTION DE LA MANUFACTURE GRECQUE

I. INTRODUCTION

Les specifications mathématiques principales de la fonction de production sont les suivantes: a) La forme dite Cobb-Douglas et b) la forme CES (Constant Elasticity of Substitution). Ces deux specifications se présentent respectivement aux parties II et III de ce travail.

Une fonction de production étante en général de type $X = f(K,L)$, il faut de données pour K et L. En ce qui concerne la main d'oeuvre les données statistiques sont assez detaillées. Mais pour le stock de capital on doit recourir à des estimations. Dans la partie IV on présente une méthode de calculation de K en le liant avec les chiffres sur les investissements.

L'estimation de la fonction Cobb-Douglas est aisée si on passe en logarithmes. Par contre, la CES, étante plus générale, necessite l'application des méthodes non linéaires. Ces méthodes transforment les ou quelques-uns des coefficients de la fonction à estimer en parametres et par la suite procédent à des estimations successives et convergantes de ces parametres. La méthodologie de cette estimation se présent en partie V.

Etant donné que les chiffres exprimant le stock de capital sont aussi des estimations, l'incertitude concernant l'estimation de K se transfert finallement à l'estimation de la forme CES. La solution donnée dans cet article est que la parametrization pour l'estimation de la CES s'étend au modèle de calculation de stock de capital. Avec une méthode similaire à celle de Hildreth-Lu pour la correction de l'autocorrelation on suppose une grille des valeurs pour le taux d'amortissement. On génére donc diverses séries du stock de capital avec lesquelles on procédc à l'estimation de la CES et juge la convenance du ces taux par les résultats obtenues dans l'estimation non linéaire de la CES (partie VI).

II. LA FONCTION COBB-DOUGLAS

La forme Cobb-Douglas, explicitement:

$$X = A\ K^a\ L^b \tag{1}$$

est la plus utilisée.

En différenciant la (1), on obtient $\frac{\partial X}{\partial L} = A\,\beta\,K^{a}\,L^{\beta-1} = \beta\,\frac{X}{L}$, oú

encore $\beta = \frac{\partial X}{\partial L}\;\frac{L}{X}$: l'élasticité de X par rapport au L. De même,

$a = \frac{\partial K}{\partial K}\;\frac{K}{X}$: l'élasticité de X par rapport au K.

Dans le cas de concurrence parfaite, la maximisation des bénéfices nous donne:

$\frac{\partial X}{\partial L} = \frac{w}{p}$ où $\beta = \frac{\partial X}{\partial L} = \frac{wL}{pX}$ est la part de travail

et $a = \frac{rK}{pX}$ la part de capital, p étant le prix du produit.

Puisque ces deux parts ont une somme égale à 1, $a + \beta = 1$. La fonction doit être homogène linéaire.

Dans le cas de concurrence non parfaite, et sous la condition de minimisation de coût:

$$\frac{\partial X / \partial L}{w} = \frac{\partial X / \partial K}{r}$$

et si $\frac{\partial X}{\partial L} \geqslant \frac{w}{p}$, alors $\frac{\partial X}{\partial K} \geqslant \frac{r}{p}$ et finalement

$$a + \beta \geqslant \frac{wL}{pX} + \frac{rK}{pX} = 1 \text{ où } a+\beta \geqslant 1$$

D'ailleurs l'élasticité de substitution de la fonction C.-D. est constante et égale à 1, ce qui signifie que la variation du rapport K/L est égale à la variation du rapport des produits marginaux.

III. LA FORME CES

La forme CES (Constant Elasticity of Substitution) est de type:

$$X = (K^{-\rho} + L^{-\rho})^{-1/\rho} \qquad (2)$$

Jusqu'en 1961 (Arrow et al, 1961) la seule forme possible de substitution entre K et L était offerte par la fonction C.-D. qui présente la limitation d'avoir une élasticité de substitution (σ) égale à 1. L'objectif de Arrow et al était de trouver une forme plus générale, compatible avec l'hypothèse $\sigma \neq 1$.

Point de départ de cette approche, la constatation empirique que la valeur ajoutée par travailleur, dans divers pays, varie en fonction du salaire.

$$\frac{X}{L} = f(w) \qquad \text{ou} \qquad y = d\, w^{b} \tag{3}$$

si $y = X/L$. D'où $\log y = \log d + b \log w$

Sous l'hypothèse de concurrence parfaite et d'homogénéité de degré 1 on arrive, après quelques manipulations mathématiques, à:

$$X = (\alpha K^{-\rho} + \beta L^{-\rho})^{-1/\rho}$$

ou $\rho = \dfrac{1}{b} - 1$ et $\beta = d^{-1/b}$

et α étant la constante d'intégration. Le b est prouvé égal à σ.

Les facteurs β et α sont les coefficients d'efficacité du travail et du capital. On peut supposer que ces deux coefficients varient de façon uniforme, ce qui donne lieu à une variation neutre de l'efficience et la relation prend la forme:

$$X = \gamma(\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho})^{-1/\rho}$$

si on met $a + \beta = \gamma^{-\rho}$ et $\alpha\gamma^{\rho} = \delta$

Les parts de travail et de capital seront:

$$\frac{wL}{pX} = (1-\delta)\gamma^{-\rho} \left(\frac{X}{L}\right)^{\rho}, \quad \frac{rK}{pX} = \delta\, \gamma^{-\rho} \left(\frac{X}{K}\right)^{\rho}, \tag{4}$$

en sorte que la distribution dépend de δ et ρ.

Le γ est le paramètre d'efficience et varie selon les pays, δ est le paramètre de distribution.

Le test pour voir si les deux coefficients d'efficience varient proportionnellement est:

(Arrow et al, 1961, p. 233)

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\delta}{1-\delta} = \left(\frac{r}{w}\right) \quad \left(\frac{K}{L}\right)^{1+\rho}$$

En comparant les deux approches on peut remarquer que:

a) La fonction C.-D. a une élasticité de substitution déterminée ex ante, égale à 1.
Néanmoins, la valeur de cette élasticité doit être le résultat d'une analyse empirique et pas être déterminée sur base de raisonnements à priori. Cet aspect est mieux servi par une fonction CES.

b) Un autre défaut de la C.-D. est qu'elle a une demande élastique pour les facteurs, surtout en ce qui concerne le travail.

De la $X = A\ K^{a}\ L^{\beta}$ on obtient

$\frac{\partial X}{\partial L} = A\ \beta\ K^{a}\ L^{\beta-1}$ et avec concurrence parfaite on aura:

$$\frac{\partial X}{\partial L} = w \text{ (salaire réel) } = A\ \beta\ K^{a}\ L^{\beta-1}$$

L'élasticité de la demande de L par rapport au w est:

$$\varepsilon = (\partial L\ /\ \partial w)\ /\ (w/L)$$ d'où

$$\frac{\partial L}{\partial w} = \frac{1}{A\ \beta\ (\beta - 1)\ L^{\beta-2} K^{a}}$$ et

$$\varepsilon = -\frac{1}{1-\beta}, \qquad \text{donc} \quad \varepsilon < -1$$

IV. TECHNIQUES D'ESTIMATION

L' estimation de la fonction C-D ne pose pas de problèmes specifiques, en sa forme logarithmique:

$$\ln X = C + a\ln K + b\ln L + u$$

Pour l' estimation directe de la fonction CES, qui est non linéaire en ses parametres il s'impose l'application des méthodes non linéaires. La méthode directe pose quelques problémes comme convergence lente, existence de maxima locaux sans information concernant les autres maxima ou l'existence d' un maximum global.

Il y a plusieurs versions de la méthode directe de l' estimation non linéaire. La plus ancienne est celle de Marquardt (1963).

Nous ne voulons pas, développer cette technique ici, car les résultats des expériments de Monte Carlo faits pour tester cette méthode sont catastrophiques, surtout en ce qui concerne l' estimation de σ voir p.e. T. Krishna Kumar and James Gapinski: "Nonlinear estimation of the CES production parameters: A Monte Carlo study", Review of Economics and Statistics, 1974, p. 563.

Une autre méthode proposée par V. Corbo "A search procedure for Least Squares of CES estimates: A Monte Carlo Study" Southern Economic Journal Vol. 43 (April 1977) est la suivante:

On ecrit l' équation:

$$X = \gamma[\delta K^{-\rho} + (1 - \delta)L^{-\rho}]^{-v/\rho} \cdot e^{u} \tag{5}$$

(v = rendements d'echelle)

comme suit:

$\ln X = \ln\gamma - v/\rho_0 (\ln \delta_0 K^{-\rho_0} + (1 - \delta_0)L^{-\rho_0}) +$

$v/\rho_0 (\ln \delta_0 K^{-\rho_0} + (1 - \delta_0)L^{-\rho_0}) - v/\rho$

$(\ln \delta K^{-\rho} + (1 - \delta)L^{-\rho}) + u$

On definit $Z(\delta,\rho) = (1/\rho) \cdot (\ln \delta K^{-\rho} + (1 - \delta)L^{-\rho})$,

$U = vZ(\delta_0, \rho_0) - Z(\delta, \rho) + u$

Donc, la première équation devienne:

$$\ln X = \ln\gamma - Z(\delta_0, \rho_0) + U + u \tag{6}$$

Une autre technique est l' estimation indirecte des paramétres et surtout de l' elasticité de substitution σ. Cette technique a été appliquée par les inventeurs de la fonction CES (Arrow et al.) et par la suite par la plupart de rechercheurs du sujet. Elle se base sur l' hypothése de concurrence parfaite aux marchés du produit et du travail. Le probléme avec cette technique est qu' on ne sait pas si la valeur estimée de σ est la valeur réelle ou un autre paramétre résultant de l' erreur de specification introduit par le fait que les hypothéses mentionnées ci-dessus ne sont pas satisfaites.

Partant de la relation CES:

$X^{-\rho} = (AK)^{-\rho} + (BL)^{-\rho}$ oú $\rho = (1 - \sigma)/\sigma$. A, B coefficients d' efficience et en se basant sur la relation $\partial X/\partial L = w$ on arrive à:

$$y = B^{1-\sigma}w^{\sigma}, \qquad y = X/L$$

Ainsi à première estimation on peut calculer le σ de la regression:

$$\ln y = c + b \ln w$$

ou b est l' estimateur de σ.

Le problème est que, dans cette équation (demande de main d' oeuvre), le B est non observable et non stationaire. Il est legitime de supposer que l'efficience B est liée au taux de salaire w. Si l'efficience est haute, le salaire en est aussi. Donc il y a une autre relation de type $B = Dw^{e}$ et après les substitations on prend les relations suivantes:

$$y = Hw^{b} \quad \text{et} \quad b = e(1 - \sigma) + \sigma \tag{7}$$

Selon K. Sato il y avait un neglect de la part de Arrow et al. "A note on factor substitution and efficiency", Review of Economics and Statistics, 1977, p. 360.

Ainsi, sur la base de (7)

$$\sigma = (b - e) / (1 - e)$$

σ est positive soit si (i) $e < \min(1, b)$ ou bien si (ii) $e > \max(1, b)$. Si $e < b$, alors $e < 1$ (le cas examiné par Arrow et al). Mais Sato ajoute que si $e > 1$, $\sigma > 1$ même si $b < 1$. En effet σ peut être assez large si e est proche à 1. Il est evident que $e > 1$ si B varie plus que w. Mais il y a de cas ou B varie à même taux que w. Dans ce cas $e = 1$ et σ peut être assez large ($\rightarrow \infty$).

Une autre procédure est d' approximer la fonction CES par sa expansion linéaire de Taylor. Celle-ci est la méthode de Kmenta, aussi largement appliquée. Pourtant, Madala et Kadane ont montré que, cette méthode ne donne pas de résultats fiables surtout en ce qui concerne l' elasticité de substitution. La formule de Kmenta est la suivante: (Kmenta, 1967)

$$\ln X = \ln\gamma + v\delta\ln K + v(1-\delta)\ln L - 1/2v\rho\delta(1-\delta) + (\ln K - \ln L)^2 + u \qquad (8)$$

On trouve de critiques et de comparaisons concernant les méthodes mentionées ci-dessus dans divers articles de revus et experiments de Monte Carlo. Voir pe l' article de Kumar et Capinski, déjà mentioné; aussi l' article de Jerry Thursby "Alternative CES estimation techniques", Review of Economics and Statistics, 1980, p. 295. Ainsi, il est reporté que la méthode de Marquardt donne pour la plupart des paramétres un petit biais et une petite variance, tandis que l'estimation de σ est largement biaisée. Corbo, aussi, a comparé la méthode Kmenta avec sa propre méthode et il a trouvé que la deuxième est plus bonne sans pourtant poser les mêmes restrictions que la méthode de Kmenta, restrictions imposées par la théorie de production.

V. LA CALCULATION DU STOCK DE CAPITAL

Pour l' estimation d' une fonction de production, il nous faut, à part des données sur l' emploi, des données sur le stock de capital qui participe à cette production.

On part de l' équation de l' accélérateur:

$$I_t = b(aX_t - K_{t-1}) + e_t \qquad (9)$$

I_t = investissements

X_t = produit

K_t = stock de capital

b = coefficient de réaction

a = K_t^D/X_t le coefficient de capital désiré ou

$$I_t = b(K_t^D - K_{t-1}) + e_t$$

ou encore

$$K_t - K_{t-1} = b(K_t^D - K_{t-1}) + e_t \tag{10}$$

$$K_t = baX_t + (1 - b)\, K_{t-1} + e_t$$

et finalement:

$$K_t = (1 - b)^T\; K_T + ba \sum_{i=0}^{t-T-1} (1 - b)^i\; X_{t-i}$$

Les investissements ci-dessus sont les investissements nets. Si on introduit les investissements bruts I', on doit tenir compte des amortissements qui constituent une fraction du stock de capital de la période précédente.

$$D_t = d\, K_{t-1};\ \text{oú d est le taux d'amortissement} \tag{11}$$

Et nous avons aussi l' identité:

$$K_t = K_{t-1} + I'_t - D_t \tag{12}$$

De (11) et (12) on obtient:

$$I'_t = K_t - (1 - d)\; K_{t-1}, \tag{13}$$

après remplacement de K_t de (10), la (13) devient:

$$I'_t = bK_t^D - (b - d)\; K_{t-1}\ \text{d' où on a:}$$

$$\begin{aligned} I'_t - (1 - d)\; I'_{t-1} &= b\,[K_t^D - (1 - d)\; K^D_{t-1}] \; - \\ &- \;[K_{t-1} - (1 - d)\; K_{t-2}]\;\; (b - d) \\ &= b\;[K_t^D - (1 - d)\; K^D_{t-1}] \; - \\ &- (b - d)\; I'_{t-1} + e_t - (1 - d)\; e_{t-1} \end{aligned}$$

ou finalement

$$I'_t = b\;[K_t^D - (1 - d)\; K^D_{t-1}] + (1 - b)\; I'_{t-1}$$

et si on suppose une relation entre K^D et X en se basant sur le COR (Capit. Output Ratio) : $K_t^D = a X_t$, on obtient:

$$I'_t = a\ b\ X_t - a\ b\ (1-d)\ X_{t-1} + (1-b)\ I'_{t-1} \tag{14}$$

Avec cette équation, on est en position d'obtenir une estimation directe du taux d' amortissement d (Wallis, 1973).

La relation linéaire, ci-dessus, entre capital et produit evidement ne tient compte que du capital qui y participe réelement dans la production en question, tandis que les données ou les estimations approximatives ne concernent que le capital réelement etablis au sein des entreprises, càd le stock de capital. Cette constatation ne doit en effet nous préouccuper puisque pendant la période d' étude (jusqu' au 80), période de plein expansion, le coefficient d' utilisation de la capacité productive etait très proche à l' unité.

Avant de procéder à l' estimation de (14) il est necessaire d' explorer les conséquences qui aura pour cette estimation la forme specifique du term aléatoire de la (14). Ainsi l' autocorrelation est evidente. Si on pose $u_t = e_t - (1-d)\ e_{t-1}$ et en supposant toujours les hypothèses habituelles pour les aléas initials (e_t) on aura:

$$E(u_t u_{t-1}) = E\ (e_t - (1-d)\ e_{t-1})\ (e_{t-1} - (1-d)\ e_{t-2}) =$$

$$E\{e_t e_{t-1} - (1-d)\ e^2_{t-1} - (1-d)\ e_t e_{t-2} + (1-d)^2 e_t e_{t-2}\} =$$

$$E(e_t e_{t-1}) - (1-d)\ E(e^2_{t-1}) - (1-d)\ E(e_t e_{t-2}) +$$

$$(1-d)^2\ E(e_{t-1}\ e_{t-2}).$$

$$E(e_t e_{t-1}) = E(e_t\ e_{t-2}) = E\ (e_{t-1}\ e_{t-2}) = 0$$

sur la base de l' hypothèse initiale de non autocorrelation des e_t, mais il subsiste le $E(e^2_{t-1})$ qui nous donne:

$$E(u_t u_{t-1}) = -(1-d)^2 \sigma^2 e \neq 0, \quad \text{puisque } d \neq 1;\ d \text{ doit être } <1.$$

De plus, le term I'_{t-1} n' est pas independent du term erreur u_t

$$E(u_t . I'_{t-1}) = E\ (e_t - (1-d)\ e_{t-1})\ I'_{t-1} \neq 0$$

en raison de la correlation entre e_{t-1}, I'_{t-1}.

Par conséquence, la violation d' une des hypothèses sur lequelles il est fondé la validité de la méthode de M.C. fait que cette méthode nous donne de résultats biaisés.

Nous nous orientons bien sûr vers l' application d' une méthode traitante l' autocorrelation p.ex. la méthode de M.C. généralisés (GLS). Cette méthode présuppose une relation entre les résidus de la forme suivante:

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t \tag{15}$$

Cette relation dans notre cas devient:

$$u_t = e_t - (1-d)\, e_{t-1}$$

$$u_{t-1} = e_{t-1} - (1-d)\, e_{t-2}$$

ou $e_{t-1} = u_{t-1} + (1-d)\, e_{t-2}$ et après remplacement à l' equationé (15) on aura:

$$u_t = e_t - (1-d)\, u_{t-1} - (1-d)^2\, e_{t-2} =$$

$$e_t - (1-d)\, u_{t-1} - (1-d)^2\, e_{t-2}$$

ou $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$ $\rho = -(1-d)$, $\varepsilon_t = e_t - (1-d)^2 e_{t-2}$

La suite pourrait être assez classique, si les aléas derivés E_t ne sont pas autocorrelés, ce qui est vrai pour autocorrelation du premier ordre:

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-1}) = E(e_t - (1-d)^2 e_{t-2})\, (e_{t-1} - (1-d)^2\, e_{t-3}) =$$

$$E(e_t e_{t-1}) - (1-d)^2\; E(e_{t-2} e_{t-1}) + E(e_t e_{t-3}) + (1-d)^4 E(e_t e_{t-3}) = 0,$$

puisque l' hypothèse de non autocorrelation tient pour les aléas initials. Mais l' autocorrelation dans notre cas des ε_t est une autocorrelation du deuxième ordre, or:

$$\varepsilon_t = -(1-d)^2\, \varepsilon_{t-2} + e_t - (1-d)^4\, e_{t-2}$$

A ce point-ci on pourrait soit ignorer toute autocorrelation d' ordre superieur en supposant tout simplement que:

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

étant donné que l' autocorrelation ci-dessus a un coefficient plus faible $(1-d)^2 < (1-d)$ ou bien poursuivre la procédure pour l' elimination de l' autocorrelation.

Dans le premier cas nous multiplions par $-\rho$ la (14) lagée d' une période et ensuite nous l' ajoutons à (14) pour obtenir:

$$(I'_t - \rho I'_{t-1}) = ab(X_t - \rho X_{t-1}) - ab(1-d)(X_{t-1} - \rho X_{t-2}) +$$
$$+ (1-b)(I'_{t-1} - \rho I'_{t-2}) + \varepsilon_t \qquad (16)$$

La (16) est estimable par MCO. Mais les estimateurs ne sont pas non biaisés, à cause de la dependence entre, I_{t-1} et ε_t. Ces estimateurs sont pourtant convergents.

Pour pouvoir procéder à une méthode d' estimation à étapes (iterative), il nous faut une valeur initiale pour ρ. Comme une telle valeur on peut considerer la valeur de ρ obtenue à l' aide de la méthode ci-dessous qui est présentée comme une méthode alternative, mais étante en plus empirique.

Une autre méthode consiste à tenir compte de l' autocorrelation qui existe entre les (ε_t).

Ainsi, on part de la relation deja constatée:

$$\varepsilon_t = -(1-d)^2 \varepsilon_{t-2} + u_t$$

ou

$$u_t = e_t - (1-d)^4 e_{t-2}$$
$$E(u_t u_{t-1}) = 0$$
$$E(u_t u_{t-2}) = -(1-d)^4 \sigma_\varepsilon^2.$$

Une procédure analogue, mais considerablement plus lourde, serait de mettre $r = -(1-d)^2$ et aboutir à la formule suivante:

$$(I'_t - \rho I'_{t-1} - rI'_{t-2} + r\rho I'_{t-3}) = ab(X_t - \rho X_{t-1} - rX_{t-2} + r\rho X_{t-3}) -$$
$$ab(1-d)(X_{t-1} - \rho X_{t-2} - rX_{t-3} + r\rho X_{t-4}) +$$
$$+ (1-b)(I'_{t-1} - \rho I'_{t-2} - rI'_{t-3} + r\rho I_{t-4}) \qquad (17)$$

Ou peut appliquer sur cette équation la méthode MCO avec une certaine perte en degrés de liberté.

VI. UNE "SEARCH PROCEDURE" POUR L' ESTIMATION NON LINEAIRE

Pour aborder ce sujet-ci, il nous faut une estimation de la durée de vie des biens incorporés des entreprises. Malheureusement des informations de ce genre sont très limitées pour l' économie grecque. Pourtant, parmi les sources existantes, Geronymakis (1964) donne des taux de dépréciation de divers biens d' infrastructure et d' équipement. Par exemple, il propose un taux d' amortissement de 1,5% par an pour les bâtiments, 7% pour les machines, 1% pour le reste des biens d' infrastructure et 5% pour les autres biens d' investissement.

Rolf Krengel et Dieter Mertens dans leur livre: "Fixed capital stock and future investments requirements in Greek manufacturing" (Krengel, Mertens 1966), estiment que les taux précédents, qui donnent des taux d' amortissement pour les diverses branches de la manufacture entre 5,6 et 5,9% ou en d' autres mots, durées de vie entre 16 et 18 ans, ne sont pas appropriés vu l' expérience internationale. [Par exemple: E.U. 27-28 ans, R.F.A. 29-30 ans etc.].

Ils ont pris comme durée de vie pour toutes les branches les 30 ans. Ensuite, en tenant compte des investissements, effectués depuis 1918, ils ont calcuté la série de stock de capital. Leurs estimations arrivent jusqu'à l'année 1965.

Une autre méthode serait d'utiliser l'équation (14) du chapitre V, qu' on reprend ci-dessous:

$$I_t = a\,b\,X_t - a\,b\,(1-d)\,X_{t-1} + (1-b)\,I_{t-1}$$

L'estimation de la (14) nous donne:

$$\begin{aligned} \text{IMAN} = \underset{(513)}{675.8} + \underset{(0{,}0788)}{.144}\ \text{XMAN} - .122\ \text{XMAN}(-1) \qquad (18) \\ + \underset{(.153)}{.812}\ \text{IMAN}\ (-1) \end{aligned}$$

$R^2 = .9569$ DW $= 1.70$

MAN : pour manufacture, entre parenthèses les écarts-types,

X : produit,

I : investissement.

Une équation avec des signes corrects et un bon ajustement, sans autocorrelation. De cette équation on obtient d=0,152, qui n'est pas acceptable — avec ce taux, la duiée de vie de biens immobiliers se limite à 6,5 ans.

Les autres équations sont:

Cochrane - Orcutt

$$\underset{}{\text{IMAN}} = \underset{(137)}{635} + \underset{(0,0214)}{0,0137}\ \text{XMAN} - \underset{(0,0199)}{0,118}\ \text{XMAN}\ (-1) +$$

$$+ \underset{(0,241)}{0,915}\ \text{IMAN}\ (-1)$$

$$\bar{R}^2 = 0,98 \qquad \text{DW} = 2,15 \tag{19}$$

Hildreth - Lu

$$\text{IMAN} = \underset{(435)}{770} + \underset{(0,058)}{0,128}\ \text{XMAN} - \underset{(0,031)}{0,102}\ \text{XMAN}\ (-1) +$$

$$+ \underset{(0,200)}{1,001}\ \text{IMAN}\ (-1)$$

$$\bar{R}^2 = 0,93 \qquad \text{DW} = 2,83 \tag{20}$$

Equation (17) *OLS*

$$(\text{IMAN}) - ...) = \underset{(135)}{613} + \underset{(0,035)}{0,146}\ (\text{XMAN} - ...) -$$

$$- \underset{(0,068)}{0,103}\ (\text{XMAN}\ (-1) - ...) +$$

$$+ \underset{(0,314)}{1,101}\ \text{IMAN}\ (-1) \tag{21}$$

$$\bar{R}^2 = 0,91 \qquad \text{DW} = 2,62$$

Les d (taux d' amortissement) correspondants sont:

(18)	0,153
(19)	0,138
(20)	0,203
(21)	0,294

Tous sont biaisés vers le haut.

Comme il découle de la méthode directe de calculation du d, on peut dire que le taux d'amortissement enmanufacture doit être entre 0,04 et 0,05. Etant donné que on ne peut pas calculer avec exactitude le taux d'amortissement pour lequel on peut toutefois etablir de limites "realistiques" entre 0,04 et 0,05, on va appliquer une méthode de recherche de d, en testant la performance des séries de capital construites sur la base de differents d. Le critére sera le comportement de cette série dans la fonction de production. Ainsi en adoptant provisoirement d = 0,0245 on peut construire une série de capital (voir tableau). Pour choisir entre les deux formes (C.-D. ou CES) on prend l' approximation de Kmenta.

Par la suite on va tester l' hypothèse que la fonction soit de type CES en se basant sur l' approximation de Kmenta (relation 8).

Les résultats de cette regression sont:

$$\underset{}{\ln X} = \underset{(6{,}78)}{-7{,}28} + \underset{(0{,}143)}{0{,}664 \ln K} + \underset{(0{,}233)}{0{,}428 \ln L} - \underset{(0{,}185)}{0{,}338(\ln K - \ln L)^2}$$

$$\bar{R}^2 = 0{,}9918 \qquad DW = 1{,}785$$

Donc, il paraît que la forme CES est plus appropriée pour notre cas puisque le coefficient du facteur $(\ln K - \ln L)^2$ est significatif. De la comparaison entre les coefficients estimés et ceux de l' équation (8), on obtient les résultats suivants:

$$\frac{h\delta}{\rho} = 0{,}664, \qquad h(1-\delta) = 0{,}428$$

$$\text{et} \quad \frac{1}{2}\rho h\ \delta(1-\delta) = 0{,}338$$

d'où on obtient une valeur pour $\rho = 2{,}072$ et ensuite, par $\rho = (1/\sigma)-1$, une première estimation de $\sigma = 0{,}325$ qui à première vue nous paraît assez basse.

Nous partons donc de l' estimation indirecte avec: $0{,}04 \leqslant d \leqslant 0{,}05$ par pas de 0,001. Pour les diverses valeurs de d on obtient une série de capital qui est utilisée pour l' estimation non linéaire de l' équation suivante (CES):

$$YMAN = C\,(A(KMAN)^{-\rho} + B\,(LMAN)^{-\rho})^{-1/\rho} \tag{22}$$

avec valeurs initialles de paramétres:

$$C = 7, \qquad A = B = 0{,}5 \quad , \qquad \rho = 1$$

Les résultats de cette calculation sont donnés au tableau suivant.

TABLEAU I

L'estimation non lineaire de la fonction CES

d	*C*	*LnKMAN*	*lnLMAN*	*p*	$\bar{R}^2$	*DW*
0,040	7,32	0,683	0,727	6,78	0,89	1,72
	(3,25)	(0,712)	(0,418)	(0,135)		
0,041	6,58	0,428	0,511	3,15	0,91	2,23
	(2,78)	(0,812)	(0,108)	(0,212)		
0,042	2,37	0,553	0,725	8,96	0,77	1,45
	(2,53)	(0,327)	(0,233)	(0,233)		
0,043	5,83	0,689	0,742	7,72	0,90	1,57
	(3,18)	(0,518)	(0,409)	(0,253)		
0,044	6,18	0,664	0,687	1,12	0,96	1,83
	(2,28)	(0,348)	(0,281)	(0,312)		
0,045	9,12	0,875	0,892	0,85	0,63	1,32
	(5,44)	(0,632)	(0,722)	(1,17)		
0,046	11,52	0,888	0,909	0,79	0,68	1,08
	(6,19)	(0,659)	(0,707)	(1,10)		
0,047	10,01	0,737	0,754	1,09	0,69	1,23
	(5,25)	(0,588)	(0,604)	(0,67)		
0,048	9,19	0,659	0,703	2,45	0,78	1,38
	(3,45)	(0,411)	(0,421)	(0,47)		
0,049	7,15	0,548	0,568	3,88	0,81	1,52
	(3,14)	(0,312)	(0,327)	(0,55)		
0,050	7,83	0,643	0,691	4,23	0,79	1,83
	(3,52)	(0,298)	(0,313)	(0,84)		

Les résultats de l' estimation du Tableau I ne sont pas aussi bons. D' abord le $\bar{R}^2$ se trouve au niveau peu satisfaisant. Le même pour DW (un petit nombre de ces indices ne montre pas d' autocorrelation). D' ailleurs les écart-types sont, pour la plupart, importants. L' estimation des coefficients et du terme constant est non stable. Mais, surtout l' estimation, de $\rho=(1/c)-1$ est non stable, avec des valeurs, pour la plupart, non appropriées, sauf pour la cinquième équation qui donne $\rho=1{,}12$ ou $\sigma=0{,}47$. De tous les équations précédentes c'est celle-ci qui est la plus satisfaisante. Ce fait servira comme la base des estimations ulterieurs.

Cette estimation non stable peut être liée avec ce qu'il est evoqué par Sato dans sa note sur les difficultés d'estimation de σ.

Une méthode qui, selon des divers experiments de Monte Carlo, donne de bons résultats est la methode de Corbo (1977). Nous allons donc appliquer cette méthode sur le donnés qui proviennent de l' équation 5 du tableau I.

On met donc $\rho_0=1{,}12$ $\delta_0=0{,}5$ $C_0=5$.

La calculation selon cette méthode donne les résultats suivants:

$$C_0 = \underset{(1{,}37)}{7{,}25} \qquad \delta_0 = \underset{(0{,}289)}{0{,}609} \qquad \rho = \underset{(1{,}32)}{3{,}55} \qquad \bar{R}^2 = 0{,}92 \qquad DW = 1{,}78$$

lequels sont acceptables avec $\sigma = 0{,}219$.

TABLEAU II

Les Inputs de la Manufacture

1	2	3		5	6	7	8	9	10	11
1961	29129	456	45,5	1078896	36	.82	43,9	5,66	6108,47	7137,91
1962	32101	461	45,5	1090726	43	.83	51,8	6,68	7286,75	8525,50
1963	35050	468	45,5	1107288	50	.84	59,2	7,63	8454,17	9891,37
1964	39104	480	45,2	1128192	56	.86	65,1	8,39	9472,24	11082,52
1965	44354	490	44,1	1123668	63	.89	70,7	9,11	10245,80	11987,59
1966	49023	499	43,7	1133927	71	.92	77,1	9,94	11275,30	13192,10
1967	52874	507	44	1160016	79	.93	84,9	10,95	12701,65	14860,93
1968	57745	519	44,2	1192869	86	.93	92,4	11,91	14215,21	16631,90
1969	63579	535	44,4	1235208	94	.95	98,9	12,75	15757,24	18435,97
1970	70768	552	44,1	1219982	100	1.00	100	12,89	15739,10	18414,75
1971	78788	563	44,1	1291071	109	1.02	106,8	13,77	17783,20	20806,35
1972	88489	580	44	1327040	119	1.05	113,3	14,61	19391,10	22687,59
1973	98973	619	43,9	1413053	138	1.24	111,3	14,35	20283,47	23731,66
1974	109443	612	43,8	1393891	175	1.72	101,7	13,11	18282,62	21390,66
1975	117661	625	42,7	1387750	218	1.86	117,2	15,11	20976,23	24542,19
1976	125666	650	42,5	1436500	280	2.06	135,9	17,52	25177,56	29457,75
1977	132622	653	41,1	1395591	338	2.31	146,3	18,86	26332,44	30808,92
1978	138912	670	41,2	1435908	418	2.54	164,5	21,21	30452,99	35629,99
1979	146498	685	41,2	1467544	504	3.05	165,[illegible]	21,30	31267,26	36582,69
1980	153355	685	41	1460420	642	3.98	161,3	20,80	30380,91	35545,66

1 : An
2 : Capital
3 : Emploi (000)
4 : No heur/semain.
5 : heures (000)
6 : indice de rémun.
7 : prix à la prod.
8 : indice 6 deflaté
9 : rémun. en drs const. 70/h
10 : coût de travail
11 : 10 + prest. social.

Source : Service Nat. de Statistique. Recensements de l' Industrie (Annuel).

REFERENCES

1. Arrow K. J., Chenery H. B., Minhas B. S. and Solow R. M., "Capital labour substitution and economic efficiency", *Review of Economics and Statistics*. Vol. XLIII, Aug. 1961. No 3.
2. Corbo V., "A search procedure for least squares CES estimates: A Monte Carlo Study", *Southern Economic Journal*, vol. 43.
3. Geronymakis S. I., *L' évolution des investissements, en Grèce*. Athènes, 1964, Ministere de Coordination.
4. Katos A., *Relations structurelles et Perspectives de Développement de l' économie grecque* (en grec). Thessaloniki, Egnatia.
5. Kmenta, "The estimation of the production function", *Review of Economics and Statistics*, 1967.
6. Kintis A., *Econometric analysis of Demand of Labour*. Athens, 1970, KEPE.
7. Kintis A., "Capital - Labour substitution in developing country", *European Economic Review*, 9(1977).
8. Krengel R. and Mertens D., *Fixed capital stock and future investment requirements in Greek Manufacturing*. KEPE Athens, 1966.
9. Kumar K. and Gapinski J., "Nonlinear estimation of the CES production parameters: A Monte Carlo Study", *Review of Economics and Statistics* 1977.
10. Marquardt A., "An algorithm for least squares estimation of non linear parameters", *Siam Journal of Applied Mathematics* 11, (June 1963).
11. Mylonas, *Input-output tables of the Greek Economy*. KEPE, Athens, 1980.
12. Sato K., "A note on factor substitution and efficiency", *Review of Economics and Statistics*, 1977.
13. Thursby J., "Alternative CES estimation techniques", *Review of Economics and Statistics*, 1980.
14. Wallis K. F., *Topics in Applied Econometrics*. London, 1973. Gray-Mills.