

ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΥ ΣΠ. ΠΑΠΑΝΑΣΤΑΣΑΤΟΥ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ΕΙΣΡΩΝ - ΕΚΡΩΝ  
ΕΙΣ ΤΑ ΠΛΑΙΣΙΑ  
ΤΗΣ ΜΙΚΡΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΔΙΑ ΜΗΤΡΩΝ

Ἡ παροῦσα μελέτη ἀποτελεῖ, κατὰ τὸ κύριον μέρος της, ἐπέκτασιν καὶ συμπλήρωμα τοῦ Δ' Κεφαλαίου τῆς ἐργασίας μας «Νέαι κατευθύνσεις εἰς τὴν Θεωρητικὴν Θεμελίωσιν τῆς Λογιστικῆς», διδακτορικῆς διατριβῆς συγγραφείσης ὑπὸ τὴν ἐπιστημονικὴν καθοδήγησιν τοῦ τιμωμένου καθηγητοῦ κ. Δημητρίου Ἀδαμοπούλου. Διὰ τὴν πληρότητα τῆς ἀναπτύξεως, ἐκρίθη σκόπιμον νὰ προταχθοῦν, τοῦ πρωτοτύπου τμήματος τῆς παρούσης, σύντομος γενικὴ εἰσαγωγὴ περὶ τῶν συγχρόνων τάσεων τῆς Λογιστικῆς, καθὼς καὶ συνοπτικὴ παρουσίασις τῆς μικροοικονομικῆς λογιστικῆς διὰ μητρῶν· τὰ θέματα ταῦτα ἐρευνῶνται ἐν ἐκτάσει εἰς τὴν προαναφερθεῖσαν ἐργασίαν, ἔνθα καὶ παρατίθεται σχετικὴ ἐπ' αὐτῶν βιβλιογραφία.

## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Είναι γεγονός ότι η Λογιστική διανύει σήμερα μίαν κρίσιμον καμπήν τῆς ἐξελιξέως της, ἀνάλογον ἐκείνης τὴν ὅποιαν διήνυσε κατὰ τὰς ἀρχὰς τῆς δεκαετίας τοῦ '30, ὅτε, ὑπὸ τὴν πίεσιν τῆς ἀναπτυσσομένης Οἰκονομικῆς τῶν Ἐκμεταλλεύσεων καὶ Ἐπιχειρήσεων, διεποτίσθη ὑπὸ τοῦ ἐπιστημονικοῦ πνεύματος, ὑπερβάσα κατὰ πολὺ τὸ ἐπίπεδον μιᾶς ἀπλῆς καταστιχογραφικῆς τεχνικῆς.

Ἡ σημερινὴ κρίσις τῆς Λογιστικῆς εἶναι συνέπεια τῶν ἐξελίξεων αἱ ὁποῖαι ἐσημειώθησαν τόσον εἰς τὸν οἰκονομικὸν βίον ὅσον καὶ εἰς τοὺς ἐπιστημονικοὺς κλάδους μετὰ τῶν ὁποίων ἡ Λογιστικὴ συνδέεται· σχετίζεται ἀκόμη μὲ τὴν ἐμφάνισιν νέων ἐπιστημονικῶν κλάδων καὶ τεχνικῶν ἀπτομένων τῶν σκοπῶν τῆς Λογιστικῆς, ὅπως π.χ. αἱ Ἐπιχειρησιακαὶ Ἐρευναι, ἡ Στατιστικὴ Θεωρία τῶν Ἀποφάσεων, ἡ Μαθηματικὴ Θεωρία τῆς Πληροφορίας, αἱ Θεωρίαι Ἐπικοινωνιῶν, ὁ ἠλεκτρονικὸς χειρισμὸς τῆς πληροφορίας. Ὑπὸ τὸ φῶς τῶν νέων αὐτῶν ἐξελίξεων, παριστάμεθα σήμερον εἰς τὴν ἀμφισβήτησιν τῶν καθιερωμένων λογιστικῶν ὑποδειγμάτων, εἰς τὰ ὁποῖα καταλογίζεται ἀνεπάρκεια νὰ ἀνταποκριθῶν εἰς τὰς ἀνάγκας τῆς συγχρόνου οἰκονομικῆς μονάδος.

Καὶ τοῦτο εἶναι φυσικόν, διότι τὰ παραδοσιακὰ λογιστικά ὑποδείγματα, διαμορφωθέντα κατὰ τὸ παρελθὸν διὰ νὰ καλύψουν κυρίως τὰς ἀνάγκας μνήμης, ἐλέγχου καὶ νομικῆς ἀποδείξεως, ἔχουν χαρακτῆρα κατὰ βάσιν ἀπολογιστικὸν - ἐλεγκτικόν, καὶ ὡς ἐκ τούτου δὲν εἶναι ἀποτελεσματικὴ ἡ χρησιμοποίησις των διὰ τὴν ἀντιμετώπισιν τῶν προβλημάτων τὰ ὁποῖα ἀπορρέουν ἐκ τῆς ἀναγκαιότητος λήψεως ἀποφάσεων ἐντὸς ἐνὸς ἰδιαίτερος ρευστοῦ καὶ πολυπλόκου οἰκονομικοῦ περιβάλλοντος.

Ἀπὸ ὠρισμένων ἐτῶν διαφαίνεται, εἰς τὴν διεθνῆ βιβλιογραφίαν, ἡ τάσις νὰ ὑπερνηκῆσῃ ἡ Λογιστικὴ τὰς ἀδυναμίας της διὰ τοῦ διαχωρισμοῦ της εἰς δύο βασικοὺς κλάδους: τὴν Λογιστικὴν Ἀποφάσεων καὶ τὴν Λογιστικὴν Ἐλέγχου. Ἡ διάκρισις αὕτη καθίσταται ἀπαραίτητος εἰς τὰ πλαίσια μιᾶς εὐρυτέρας ἀντιλήψεως περὶ Λογιστικῆς, συμφώνως πρὸς τὴν ὅποιαν ἔργον τῆς Λογιστικῆς εἶναι ἡ συγκέντρωσις, ταξινόμησις, ἐπεξεργασία καὶ διερμηνευσίς παντοειδούς ἀριθμητικοῦ ὕλικου σχετιζομένου μὲ τὴν οἰκονομικὴν δραστηριότητα μιᾶς οἰκονομικῆς μονάδος, διὰ τῶν ὁποίων σκοπεῖται:

- ὁ ὀρθολογικὸς προσανατολισμὸς τῶν ἀποφάσεων διακυβερνήσεως τῆς οἰκονομικῆς ταύτης μονάδος,
- ὁ ἔλεγχος τῆς οἰκονομικῆς δραστηριότητος τῆς μονάδος ταύτης, ὑφ' ὅλας αὐτοῦ τὰς μορφάς.

Οὕτω, ἡ προτεινομένη διάκρισις τῆς Λογιστικῆς βασίζεται εἰς τὰ ἀντίθετα χαρακτηριστικὰ τῶν προϋποθέσεων τὰς ὁποίας πρέπει νὰ πληροῦν τὰ λογιστικὰ ὑποδείγματα, ἀφ' ἑνὸς μὲν ὅταν πρόκειται νὰ χρησιμοποιηθοῦν διὰ τὴν λήψιν ἀποφάσεων, ἀφ' ἑτέρου δὲ ὅταν ἀποτελοῦν τὴν βάσιν ἀσκήσεως ἐλέγχου. Ἡ Λογιστικὴ Ἐλέγχου στρέφεται πρὸς τὸ παρελθόν, πρὸς τὰ πεπραγμένα τῆς οἰκονομικῆς μονάδος, τὰ ὁποῖα καταγράφει κατὰ τρόπον διασφαλίζοντα τὴν ἀντικειμενικότητα τῆς ἀπεικονίσεώς των καὶ τὰ ἐπεξεργάζεται βάσει ὑποδειγμάτων αὐστηρῶς διαθρωμένων καὶ ἐδραζομένων εἰς ἀρχὰς γενικῶς ἀποδεκτὰς (general accepted principles). Ἀντιθέτως, ἡ Λογιστικὴ Ἀποφάσεων, στρεφόμενη εἰς τὴν ἀνίχνευσιν τοῦ μέλλοντος, στηρίζεται, κατὰ μέγα μέρος, εἰς ὑποκειμενικὰς ἐκτιμήσεις καὶ ἀπαιτεῖ εὐκαμπτον δομὴν, διὰ νὰ δύναται νὰ προσαρμόζη τὰ ὑποδείγματά της πρὸς τὰς ἀπαιτήσεις τοῦ ἐκάστοτε ἐρευνημένου προβλήματος ἀποφάσεως. Ἡ προσαρμοστικότης αὕτη εἶναι ἀπαραίτητος, καθ' ὅσον σήμερον, ὑπὸ τῶν ἐπιστημῶν αἰτίνες διερευνοῦν τὰ τοῦ τρόπου λήψεως ἀποφάσεων, ἔχει γίνεαι δεκτὴ ἡ σχετικότης τῶν κυρίων ἐννοιῶν περίξ τῶν ὁποίων κινεῖται ἡ Λογιστικὴ, ὅπως εἶναι π.χ. ἡ ἔννοια τοῦ κέρδους, τῆς περιουσίας, τοῦ οἰκονομικοῦ ἀποτελέσματος· ἤδη γίνεαι δεκτὸν ὅτι εἰς ἕκαστον τῶν ὄρων τούτων δὲν ἀντιστοιχεῖ μία ἔννοια, ἀλλὰ πλείονες παραλλαγαὶ μιᾶς βασικῆς ἐννοίας<sup>1</sup>, ἐκάστη τῶν ὁποίων ἀρμόζει διὰ τὴν ἐπίλυσιν ὀρισμένης κατηγορίας προβλημάτων ἀποφάσεων.

Ἐμπρὸς εἰς αὐτὴν τὴν πραγματικότητα, παρίσταται ἀνάγκη νὰ ἐναρμονίσῃ ἡ Λογιστικὴ τὰ ὑποδείγματά της, διὰ τοὺς σκοποὺς τῆς Λογιστικῆς Ἀποφάσεων, πρὸς τὰς ἐξελίξεις τῶν ἐπιστημονικῶν κλάδων μετὰ τῶν ὁποίων συνδέεται, ἀπομακρυνομένη ἀπὸ τὰς ἀρχὰς καὶ τοὺς κανόνας τοὺς ὁποίους διεμόρφωσε, κατὰ τὸ παρελθόν, ὑπὸ τὴν πίεσιν ἄλλων συνθηκῶν, ἡ Λογιστικὴ Ἐλέγχου, καὶ οἱ ὁποῖοι, ἐν πάσει περιπτώσει, ἐξακολουθοῦν νὰ εἶναι ἰσχυροὶ δι' ἐλεγκτικούς - ἀπολογιστικούς σκοποὺς. Εἰς τὰ πλαίσια αὐτῆς τῆς ἀνάγκης

1. Ἐνίοτε αἱ παραλλαγαὶ ἀποκλίνουν τόσον μεταξὺ των, ὥστε, ἐκ πρώτης ὄψεως, φαίνονται ὡς διακεκριμένα ἔννοια καὶ πρέπει νὰ ἀνέλθωμεν εἰς ὑψηλότερον ἐπίπεδον γενικεύσεως, διὰ νὰ θεωρήσωμεν ταύτας ὡς παραλλαγὰς τῆς αὐτῆς ἐννοίας: π.χ. κόστος ὑπολογιζόμενον βάσει ἱστορικῶν τιμῶν καὶ κόστος εὐκαιρίας, ἀποτέλεσμα προκύπτον ὡς διαφορά προσόδων - ἱστορικῶν τιμῶν καὶ ἀποτέλεσμα ὑπολογιζόμενον ὡς διαφορά τῆς ἀξίας ὑπερπροσόδου (goodwill) τῆς ἐπιχειρήσεως εἰς δύο χρονικὰς στιγμάς.

ἐντάσσονται αἱ προσπάθειαι διὰ τὴν ἀναζήτησιν νέων λογιστικῶν μεθόδων καὶ τεχνικῶν, προσπάθειαι αἱ ὁποῖαι εὐνοοῦνται κατὰ πολὺ ἀπὸ τὰς τεχνολογικὰς ἐξελίξεις εἰς τὸν τομέα τῶν ἠλεκτρονικῶν διερευνητῶν. Καί, εἰς τὸ σημερινὸν ἐπίπεδον γνώσεων, μεταξὺ ὄλων τῶν προταθεισῶν μεθόδων καὶ τεχνικῶν, ἡ Λογιστικὴ διὰ Μητρῶν ἔχει, νομίζομεν, τὰς μεγαλυτέρας δυνατότητας διὰ νὰ ἀνταποκριθῆ ταυτοχρόνως εἰς τὰς ἀπαιτήσεις τόσοσιν τῆς Λογιστικῆς Ἀποφάσεων ὅσον καὶ τῆς Λογιστικῆς Ἐλέγχου.

## 2. Η ΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΔΙΑ ΜΗΤΡΩΝ

Ἡ Λογιστικὴ διὰ μητρῶν δὲν εἶναι ἀπλῶς μία νέα τεχνικὴ. Κατὰ τὴν γνώμην μας εἶναι κάτι περισσότερον: μία νέα μέθοδος ἐπιβάλλουσα τὸν ἰδικὸν τῆς τρόπον σκέψεως, τὴν ἰδικὴν τῆς φιλοσοφίαν εἰς τὴν Λογιστικὴν.

Βασικὴ ἰδέα τῆς μεθόδου εἶναι νὰ ἀντικαταστήσῃ τὸ γενικὸν καθολικὸν τῆς διγραφίας μὲ ἓνα πίνακα διπλῆς εἰσόδου, ὃ ὁποῖος καλεῖται «μήτρα» καὶ τοῦ ὁποῖου αἱ στήλαι ἀντιπροσωπεύουν τοὺς χρεουμένους καὶ αἱ γραμμαὶ τοὺς πιστουμένους λογαριασμούς. Τὸ ποσὸν ἐκάστης οἰκονομικῆς πράξεως ἐγγράφεται μίαν μόνον φοράν, εἰς τὴν διασταύρωσιν τῆς στήλης καὶ τῆς γραμμῆς αἱ ὁποῖαι ἀντιπροσωπεύουν τοὺς χρεοῦμενον καὶ πιστούμενον λογαριασμούς. Ἐὰν μία δευτέρα πράξις, κινουῖσα τοὺς αὐτοὺς λογαριασμούς, πρόκειται νὰ καταγραφῆ, ἢ προϋπάρχουσα εἰς τὸ αὐτὸ φατνίον τῆς μήτρας ἀξία ἀντικαθίσταται ὑπὸ τοῦ ἀθροίσματός της μετὰ τῆς ἀξίας τῆς νέας πράξεως.

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Ἔστωσαν αἱ κάτωθι πράξεις :

1. Κατάθεσις μετρητῶν, πρὸς σχηματισμὸν κεφαλαίου	Δρχ.	1.000
2. Ἀγορὰ ἐμπορευμάτων, μετρητοῖς	»	500
3. Ἀγορὰ ἐμπορευμάτων, ἐπὶ πιστώσει	»	800
4. Πώλησις ἐμπορευμάτων, μετρητοῖς	»	300
5. Πώλησις ἐμπορευμάτων, ἐπὶ πιστώσει	»	400
6. Νέα ἀγορὰ ἐμπορευμάτων, μετρητοῖς	»	400
7. Νέα ἀγορὰ ἐμπορευμάτων, ἐπὶ πιστώσει	»	200
8. Καταβολὴ εἰς προμηθευτὴν	»	300
9. Εἴσπραξις ἀπὸ πελάτην, ἔναντι ἀπαιτήσεως	»	200

Ἡ μήτρα, ὑποτιθεμένου—καθαρῶς διὰ λόγους εὐκολίας τοῦ παραδείγματος—ὅτι τὸ λογιστικὸν σχέδιον προβλέπει μόνον τοὺς διὰ τῶν ἄνω πράξεων κινήθοντας διγραφικοὺς λογαριασμούς Ταμεῖον, Κεφάλαιον, Ἐμπορεύματα,

Προμηθευται και Πελάται, θα έχη, μετά την είς αυτήν καταγραφην άπασών τών άνω πράξεων, ως εξής:

## ΠΙΝΑΞ 1

Πίστ.	Χρ.	Ταμείον	Έμπορεύματα	Πελάται	Προμηθευται	Κεφάλαιον
			900		300	
		Έμπορεύματα	300	400		
		Πελάται	200			
		Προμηθευται	1.000			
		Κεφάλαιον	1.000			

Διά προσθέσεως τών ποσών εκάστης στήλης και αφαιρέσεως του άθροίσματος τών ποσών τής αντιστοιχου γραμμής, ή άνωτέρω μήτρα οδηγεί εις την σύνταξιν του κάτωθι, υπό διγραφικην έννοιαν, ίσοζυγίου.

## ΠΙΝΑΞ 2

	Άθροίσματα		Υπόλοιπα	
	Χρεώσεως	Πιστώσεως	Χρεωστικά	Πιστωτικά
Ταμείον	1.500	1.200	300	
Έμπορεύματα	1.900	700	1.200	
Πελάται	400	200	200	
Προμηθευται	300	1.000		700
Κεφάλαιον		1.000		1.000
Σύνολα	4.100	4.100	1.700	1.700

Διά τής λογιστικής δια μητρών κατ' ουσίαν εισάγεται μία διάφορος έκφρασις τής λογιστικής δυαδικότητος, συνεπαγομένη σοβαράς επιπτώσεις τόν εις τό θεωρητικόν όσον και εις τό πρακτικόν περιεχόμενον τής Λογιστικής.

Καθώς ή λογιστική δια μητρών συνενώνει όλους τούς λογαριασμούς εις ένα πίνακα διπλής εισόδου, οδηγεί εις την καθ' όμοιόμορφον τρόπον θεώρησιν

ὄλων τῶν χρεώσεων ἀφ' ἑνὸς καὶ ὄλων τῶν πιστώσεων ἀφ' ἑτέρου. Μὲ ἄλλους λόγους ὠθεῖ εἰς τὴν ἐπανεξέτασιν τῆς ἐννοίας τῆς λογιστικῆς δυαδικότητος. Ἀφ' ἑτέρου, ἡ μορφικὴ ὁμοιότης αὐτῆς μὲ τοὺς μακροοικονομικοὺς πίνακας τοῦ Leontief παρακινεῖ εἰς τὴν διατύπωσιν μιᾶς θεωρίας λογαριασμῶν μέσῳ τῶν ἐννοιῶν τῆς εἰσροῆς (input) καὶ τῆς ἐκροῆς (output), ἀφοῦ ὅμως προσδοθῆ εἰς αὐτάς ἓν μικροοικονομικὸν περιεχόμενον, ὥστε ἡ εἰσαγωγή των εἰς τὸν χώρον τῆς Λογιστικῆς νὰ μὴ σημαίνει ἀπλῶς ὑποκατάστασιν των εἰς τὴν θέσιν τῶν παραδοσιακῶν ὄρων χρέωσις καὶ πίστωση.

Ἐπειδὴ ἡ ζωὴ τῆς οἰκονομικῆς μονάδος ἐκδηλοῦται δι' οἰκονομικῶν πράξεων, διὰ τῶν ὁποίων οἰκονομικὰ ἀγαθὰ τίθενται ὑπὸ τὸν ἔλεγχον ἢ ἐκτὸς τοῦ ἐλέγχου τῆς οἰκονομικῆς μονάδος, δύναται νὰ λεχθῆ ὅτι συνιστοῦν εἰσροὰς αἱ ἀξίαι τῶν ἀγαθῶν τὰ ὁποῖα τίθενται ἢ διὰ τὰ ὁποῖα καθίσταται βέβαιον ὅτι θὰ τεθοῦν εἰς τὸ μέλλον ὑπὸ τὸν ἔλεγχον τῆς οἰκονομικῆς μονάδος, ἐνῶ ἀντιθέτως συνιστοῦν ἐκροὰς αἱ ἀξίαι τῶν ἀγαθῶν τὰ ὁποῖα τίθενται ἢ διὰ τὰ ὁποῖα καθίσταται βέβαιον ὅτι θὰ τεθοῦν εἰς τὸ μέλλον ἐκτὸς τοῦ ἐλέγχου τῆς οἰκονομικῆς μονάδος. Ἐκάστη οἰκονομικὴ πράξις ἐνέχει ταυτοχρόνως τὰ στοιχεῖα τῆς εἰσροῆς καὶ τῆς ἐκροῆς, συνεπῶς αἱ οἰκονομικαὶ πράξεις δύνανται νὰ ταξινομηθοῦν ἀναλόγως πρὸς τὴν ὁμοιογένειαν τὴν ὁποίαν παρουσιάζουν ὡς εἰσροαὶ καὶ ἐκροαὶ ταυτοχρόνως. Καὶ αὐτὴ ἡ διαπίστωση ὀδηγεῖ εἰς τὴν ἐπανεξέτασιν μιᾶς ἐκ τῶν πλέον βασικῶν λογιστικῶν ἐννοιῶν, τῆς ἐννοίας τοῦ λογαριασμοῦ, ἐὰν ὡς λογαριασμὸν θεωρήσωμεν τὸ κύτταρον τῆς λογιστικῆς ταξινομήσεως.

Κατὰ τὴν καθιερωμένην διγραφικὴν ἀντίληψιν, ὁ λογαριασμὸς ὀρίζεται ὡς μία τάξις μονάδων ἀξίας (Dumarchey). Συνιστᾷ τὸ ὄργανον διὰ τοῦ ὁποίου παρακολουθοῦνται ὅλαι αἱ ποσοτικαὶ μεταβολαὶ τῶν μονάδων ἀξίας αἱ ὁποῖαι ἐμπίπτουν εἰς τὴν τάξιν ποῦ ἀντιπροσωπεύει. Οὕτω, κατὰ τὴν διγραφικὴν ἀντίληψιν, ἡ λογιστικὴ ταξινομήσις πραγματοποιεῖται μὲ κριτήριον τὴν ὁμοιογένειαν τῶν οἰκονομικῶν ἀγαθῶν, τῶν δικαιωμάτων καὶ τῶν ὑποχρεώσεων ποῦ ἀπεικονίζονται ἀπὸ τοὺς λογαριασμοὺς.

Εἰς τὴν λογιστικὴν διὰ μητρῶν, ἡ βάση τῆς λογιστικῆς ταξινομήσεως καθορίζεται ἀπὸ τὴν φύσιν τῆς μήτρας, ὡς πίνακος διπλῆς εἰσόδου. Βάσις τῆς λογιστικῆς ταξινομήσεως εἶναι τὸ σύνολον τῶν διασταυρώσεων στηλῶν καὶ γραμμῶν—τὰ φατνία τῆς μήτρας. Ὅπως εἶναι εὐκόλον νὰ διαπιστωθῆ, ἕκαστον φατνίον - λογαριασμὸς ἐμφανίζει τὸ ἄθροισμα τῆς ἀξίας ἐνὸς συνόλου ὁμοιογενῶν οἰκονομικῶν πράξεων, τῶν ὁποίων συνήθως ἡ ὁμοιογένεια ἀπορρέει ἀπὸ τὴν ὁμοιογένειαν τῶν οἰκονομικῶν ἀποφάσεων αἱ ὁποῖαι τὰς προεκάλεσαν. Καὶ ἐπειδὴ ἡ θέσις ἑκάστου φατνίου εἶναι αὐστηρῶς καθωρισμένη ἀπὸ τὴν τάξιν τῆς γραμμῆς καὶ τῆς στήλης εἰς τὴν διασταύρωσιν τῶν ὁποίων εὐρίσκεται, τὰ φατνία δύνανται νὰ ἀποκληθοῦν **διατεταγμένοι λογαριασμοί**.

Ἐξ ὧν ἐλέχθησαν, κατέστη σαφές ὅτι εἰς ἕκαστον διατεταγμένον λογαριασμὸν ἐμφανίζεται τὸ ἄθροισμα τῶν ἀξιῶν ἐνὸς συνόλου οἰκονομικῶν συναλλαγῶν ὁμοιογενῶν. Τοῦτο ἔχει ἰδιαιτέραν σημασίαν, καθ' ὅσον ἡ λογιστικὴ πληροφορία διαμορφοῦται πρωτογενῶς, διὰ τῆς λογιστικῆς ταξινομήσεως, ὑπὸ μορφήν οἰκοδομικῶν στοιχείων (building - blocks), τὰ ὅποια δύνανται νὰ συνδυάζωνται καὶ νὰ ἀνασυνδυάζωνται κατὰ διαφόρους τρόπους, συμφώνως πρὸς τὰς ἀπαιτήσεις τοῦ ἐκάστοτε ἐρευνωμένου προβλήματος. Καὶ ἀκόμη, θὰ πρέπη νὰ σημειωθῇ ὅτι ἕκαστος διατεταγμένος λογαριασμός συνιστᾷ, κατ' οὐσίαν, τὴν ἔκφρασιν μιᾶς ροῆς ἀξιῶν. Ἡ λογιστικὴ διὰ μητρῶν, λοιπόν, δίδει ἰδιαιτέραν ἔμφρασιν εἰς τὴν ἀπεικόνισιν τῶν ροῶν, τονιζομένου οὕτω τοῦ δυναμικοῦ χαρακτήρος τῆς, καθ' ὅσον ἐκεῖνο ποὺ διασφαλίζει τὴν σταθερότητα τῆς οἰκονομικῆς μονάδος εἶναι ἢ ἐν χρόνῳ ἐξισορρόπησις τῶν διαφόρων ροῶν.

Εἰς τὸν πρακτικὸν τομέα, ἡ λογιστικὴ διὰ μητρῶν συντελεῖ εἰς τὴν ἀνανέωσιν τῶν λογιστικῶν τεχνικῶν, καθ' ὅσον καθιστᾷ δυνατὴν τὴν εἰσαγωγὴν τοῦ μαθηματικοῦ λογισμοῦ μητρῶν εἰς τὰς λογιστικὰς διαδικασίας, καὶ ἀνάγει αὐτὰς εἰς τὴν ἐκτέλεσιν μιᾶς σειρᾶς πράξεων μεταξύ μητρῶν, δυναμένη νὰ προγραμματισθῇ εὐχερῶς εἰς ἠλεκτρονικὸν διερευνητὴν. Οὕτω, τὸ συνεπτυγμένον ὑπόδειγμα τοῦ ἰσολογισμοῦ λήξεως μιᾶς περιόδου  $\Gamma$  ἔχει, ὑπὸ μητραϊκὴν μορφήν, ὡς ἐξῆς:

$$b_r = b_o + (T^* - T) \cdot \varepsilon^*$$

ὅπου:

$b_r$ : ὁ ἰσολογισμὸς λήξεως τῆς περιόδου  $\Gamma$ , ἐμφανιζόμενος ὑπὸ μορφήν στηλοδιανύσματος  $V$  στοιχείων ( $v$  τὸ πλῆθος τῶν προβλεπομένων διγραφικῶν λογαριασμῶν), τὰ στοιχεῖα τοῦ ὁποίου εἶναι θετικὰ ἐφ' ὅσον ἀνταποκρίνονται εἰς τὰ ὑπόλοιπα λογαριασμῶν ἐνεργητικοῦ, ἀρνητικὰ ἐφ' ὅσον ἀνταποκρίνονται εἰς τὰ ὑπόλοιπα λογαριασμῶν παθητικοῦ ἢ μηδενικὰ ἐφ' ὅσον ἀντιστοιχοῦν εἰς ἐξισωμένους λογαριασμούς.

$b_o$ : ὁ ἰσολογισμὸς ἐνάρξεως, ὑπὸ τὴν ἰδίαν ὡς ἄνω μορφήν.

$T$ : ἡ μήτρα συναλλαγῶν τῆς περιόδου  $\Gamma$ , διαστάσεων  $v^2$ , εἰς τὴν ὁποίαν ἐδῶ συνεχωνεύθησαν, διὰ λόγους εὐκολίας, καὶ αἱ ἐγγραφὰι τακτοποιήσεως τοῦ τέλους τῆς χρήσεως <sup>2</sup>.

$T^*$ : ἡ ἐνηλλαγμένη τῆς μήτρας συναλλαγῶν.

2. Αὗται εἶναι σκοπιμώτερον νὰ διαμορφώσῃν ἐτέραν διακεκριμένην μήτραν, διὰ νὰ μὴ ἀλλοιοῦνται τὰ ἐπὶ τῆ βάσει τῶν συναλλαγῶν προκύψαντα οἰκοδομικὰ στοιχεῖα.

ε\*: ὁ ἀθροιστὴς γραμμῶν τῆς μήτρας συναλλαγῶν, ἤτοι στηλοδιάγραμμα περιέχον ν στοιχεῖα ἴσα πρὸς τὴν μονάδα.

Ἡ δυνατότης ἐφαρμογῆς τοῦ λογισμοῦ μητρῶν εἰς τὰς λογιστικὰς διαδικασίας καθιστᾷ τὴν λογιστικὴν διὰ μητρῶν ἐν ἀπολύτως πρόσφορον ἐργαλεῖον διὰ τὴν ἀντιμετώπισιν ὀρισμένων προβλημάτων προγραμματισμοῦ. Τὴν δυνατότητα μιᾶς τοιαύτης ἐφαρμογῆς θὰ διερευνήσωμεν εἰς τὰ ἐπόμενα.

### 3. ΤΟ ΜΙΚΡΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟΝ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΕΙΣΡΟΩΝ - ΕΚΡΟΩΝ

Ἐγράφη ἀνωτέρω ὅτι ἡ ὁμοιότης μορφῆς τῆς λογιστικῆς διὰ μητρῶν μὲ τοὺς πίνακας εἰσροῶν - ἐκροῶν τοῦ Leontief μᾶς παρακινεῖ νὰ ἐπιχειρήσωμεν μίαν ἐφαρμογὴν εἰς τὸν χῶρον τῆς μικροοικονομίας τῶν σχετικῶν ὑποδειγμάτων τὰ ὅποια διευτυπώθησαν διὰ τὰς ἀνάγκας τῶν μακροοικονομικῶν ἀναλύσεων. Εἶναι ὅμως δυνατόν νὰ ἀποκατασταθοῦν ἀναλογίαι μεταξὺ μακροοικονομικῶν καὶ μικροοικονομικῶν ἐφαρμογῶν καθιστῶσαι δυνατόν τὴν τοιαύτην ἐνέργειαν; Καί, ἐν καταφατικῇ περιπτώσει, ποῖαι θὰ εἶναι αἱ δυνατότητες καὶ ποῖοι οἱ περιορισμοὶ ἐκ τῆς μεταφορᾶς εἰς τὸν χῶρον τῆς μικροοικονομίας ὑποδειγμάτων τῶν ὁποίων ἄλλον εἶναι τὸ πεδῖον ἐφαρμογῆς; Εἰς αὐτὰ τὰ ἐρωτήματα θὰ καταβληθῇ προσπάθεια νὰ δοθῇ ἀπάντησις διὰ μιᾶς μικροοικονομικῆς ἐφαρμογῆς τοῦ κυρίου ὑποδείγματος εἰσροῶν - ἐκροῶν, χρησιμοποιοῦντες τὴν ἔννοιαν τῶν συντελεστῶν εἰσροῶν. Αἱ μαθηματικαὶ ἀναπτύξεις αἱ ὅποια ἀκολουθοῦν εἶναι γνωσταὶ ἀπὸ τὴν θεωρίαν τοῦ ἀνοικτοῦ στατικοῦ ὑποδείγματος τοῦ Leontief<sup>3</sup>. Ἐκρίθη ὅμως σκόπιμον νὰ ἐπαναληφθοῦν ἐδῶ, ὅχι μόνον διὰ τὴν πληρότητα τῶν ἐκτιθεμένων ἀπόψεων, ἀλλὰ καὶ διότι ἡ ἐπανάληψις τῶν θὰ βοηθήσῃ εἰς τὴν καλυτέραν κατανόησιν τῶν ἰδιομορφιῶν τὰς ὁποίας παρουσιάζει ἡ ἐφαρμογὴ τοῦ ὑποδείγματος εἰς τὴν μικροοικονομίαν, καὶ αἱ ὅποια θὰ ἀναπτυχθοῦν ἀκολούθως.

Ἄς υποθέσωμεν ὅτι ἔχομεν τὴν κάτωθι μήτραν συναλλαγῶν:

$$T = \begin{bmatrix} X_{11}, & X_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & X_{1v} \\ X_{21}, & X_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & X_{2v} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ X_{v1}, & X_{v2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & X_{vv} \end{bmatrix} \quad (1)$$

3. Βλέπε *Wassily Leontief*, *Input - Output Economics*, New York, Oxford University Press, 1966, σσ. 138-142.

Ἐὰν οἱ ἰσολογισμοὶ ἐνάρξεως καὶ λήξεως παρίστανται ἀντιστοίχως ὑπὸ τῶν στηλοδιανυσμάτων  $b_o$  καὶ  $b_r$

$$b_o = \begin{bmatrix} y'_1 \\ y'_2 \\ \vdots \\ y'_v \end{bmatrix} \quad \text{καὶ} \quad b_r = \begin{bmatrix} y''_1 \\ y''_2 \\ \vdots \\ y''_v \end{bmatrix}$$

ἡ διαφορὰ των θὰ εἶναι ἐπίσης στηλοδιάνυσμα  $y$ , διὰ τὸ ὅποῖον θὰ ἔχωμεν

$$y = b_r - b_o = \begin{bmatrix} y''_1 \\ y''_2 \\ \vdots \\ y''_v \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y'_1 \\ y'_2 \\ \vdots \\ y'_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y''_1 - y'_1 \\ y''_2 - y'_2 \\ \vdots \\ y''_v - y'_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_v \end{bmatrix} \quad (2)$$

Τὰ στοιχεῖα τοῦ διανύσματος  $y$  δύνανται νὰ εἶναι θετικά, ἀρνητικά ἢ μηδενικά καὶ ἀπεικονίζουν τὰ ἀλγεβρικά ἀθροίσματα τῶν μεταβολῶν τὰς ὁποίας προεκάλεσαν αἱ οἰκονομικαὶ πράξεις τῆς περιόδου εἰς τὰ κονδύλια τοῦ ἀρχικοῦ ἰσολογισμοῦ. Λαμβανομένης ὑπ' ὄψει τῆς λογιστικῆς δυαδικότητος, εἶναι προφανές ὅτι τὸ ἀθροισμα τῶν συνιστωσῶν τοῦ ἐν λόγῳ διανύσματος εἶναι μηδέν.

Εἰσάγοντες τὸ διάνυσμα τοῦτο εἰς τὴν μῆτραν τῶν συναλλαγῶν  $T$  κατὰ τρόπον ὥστε νὰ ἀποτελέσῃ μίαν νέαν στήλην  $v + 1$  τάξεως, λαμβάνομεν μίαν νέαν, μὴ τετραγωνικὴν, μῆτραν  $T_a$ , διαστάσεων  $v \cdot (v + 1)$ , τὴν ὁποίαν θὰ καλέσωμεν *ἡ ὑ ξ η μ ἔ ν η ν μ ἦ τ ρ α ν*.

$$T_a = \begin{bmatrix} X_{11}, & X_{12}, & \dots & X_{1v}, & Y_1 \\ X_{21}, & X_{22}, & \dots & X_{2v}, & Y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{v1}, & X_{v2}, & \dots & X_{vv}, & Y_v \end{bmatrix} \quad (3)$$

Ἡ ἠῶξημένη μῆτρα παρουσιάζει τὴν ιδιότητα ὅτι τὸ ἀθροισμα τῶν στοιχείων τυχούσης γραμμῆς  $i$  εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἀθροισμα τῶν στοιχείων τῆς ἀντιστοίχου στήλης  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, v$ ). Διότι, ἐκ τοῦ μητραϊκοῦ ὑποδείγματος τοῦ ἰσολογισμοῦ, ἔχομεν

$$\begin{aligned} b_r &= b_o + (\mathbf{T}^* - \mathbf{T}) \cdot \varepsilon^* \\ b_r - b_o &= (\mathbf{T}^* - \mathbf{T}) \cdot \varepsilon^* \\ y &= (\mathbf{T}^* - \mathbf{T}) \cdot \varepsilon^* \\ \mathbf{T} \cdot \varepsilon^* + y &= \mathbf{T}^* \cdot \varepsilon^* \end{aligned}$$

Αλλά  $\mathbf{T}^* \cdot \varepsilon^*$  είναι στηλοδιάνυσμα, τα στοιχεία του οποίου είναι τα άθροισμα-  
τα τόσον των στηλών της μήτρας  $\mathbf{T}$  όσον και των  $v$  πρώτων στηλών της μή-  
τρας  $\mathbf{T}_a$ , και  $\mathbf{T} \cdot \varepsilon^*$  είναι στηλοδιάνυσμα, τα στοιχεία του οποίου είναι τα  
άθροισματα των γραμμών της μήτρας  $\mathbf{T}$ . Το άθροισμα  $\mathbf{T} \cdot \varepsilon^* + y$  είναι δθεν  
στηλοδιάνυσμα, τα στοιχεία του οποίου είναι τα άθροισματα των γραμμών της  
ηύξημένης μήτρας  $\mathbf{T}_a$ , δ.ξ.δ.

Ας παραστήσωμεν πλέον με  $x_u$  το άθροισμα των στοιχείων της γραμμής  
 $u$ . Δυνάμεθα να όρίσωμεν ήδη τους συντελεστές εισροών ως εξής:

$$a_{iu} = \frac{x_{iu}}{x_u} \quad (4)$$

Ο συντελεστής  $a_{iu}$  απεικονίζει την αξίαν της έκροής εκ του λογαριασμού  $i$ , ή  
όποια προεκάλεσε εισροάς εις τον λογαριασμόν  $u$  κατά μονάδα της συνολικής  
έκροής  $x_u$  του τελευταίου τούτου λογαριασμού.

Η σχέση (4) μάς επιτρέπει ήδη να εκφράσωμεν όλα τα στοιχεία της μή-  
τρας  $\mathbf{T}$  συναρτήσει του  $x_u$

$$x_{iu} = a_{iu} \cdot x_u \quad (5)$$

Κατόπιν αυτού, η ηύξημένη μήτρα καθίσταται

$$\mathbf{T}_a = \begin{bmatrix} a_{11}x_1, & a_{12}x_2, & \dots & a_{1v}x_v, & y_1 \\ a_{21}x_1, & a_{22}x_2, & \dots & a_{2v}x_v, & y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{v1}x_1, & a_{v2}x_2, & \dots & a_{vv}x_v, & y_v \end{bmatrix} \quad (6)$$

Δοθέντος ότι διά του  $x_i$  παρίσταται το άθροισμα της γραμμής  $i$  της ηύξη-  
μένης μήτρας, έχομεν

$$\sum_{u=1}^v a_{iu} \cdot x_u + y_i = x_i \quad (7)$$

Δυνάμεθα όμως να θεωρήσωμεν τα στοιχεία  $y_i$  ( $i = 1, 2 \dots v$ ) ως γνω-  
στά. Πράγματι, εκ της σχέσεως (2) βλέπομεν ότι

$$y_i = y'_i - y''_i$$

όπου  $y_i'$  καὶ  $y''_i$  εἶναι ποσὰ τὰ ὁποῖα προέρχονται ἀντιστοιχῶς ἀπὸ τοὺς ἀρχικὸν καὶ τελικὸν ἰσολογισμοὺς. Ἄλλ' ὁ ἀρχικὸς ἰσολογισμὸς εἶναι γνωστὸς μετὰ βεβαιότητος, καθ' ὅσον ἀπορρέει ἐκ προγενεστέρων λογιστικῆς διαδικασίας. Ὡς πρὸς τὸν τελικὸν ἰσολογισμὸν, ὁ ὁποῖος θὰ καταρτισθῆ εἰς τὸ μέλλον, δύναται, διὰ τοὺς σκοποὺς τοῦ προγραμματισμοῦ, νὰ συνταχθῆ προϋπολογιστικῶς, θεωρούμενος ὡς σκοπὸς πρὸς ἐπίτευξιν. Ὁ προϋπολογιστικὸς αὐτὸς ἰσολογισμὸς ἀνταντακλᾶ ὅλας τὰς προσδοκίας τῆς ἐπιχειρήσεως· σημεῖον ἀφειρηρίας του πρέπει νὰ εἶναι μία ἱκανοποιητικὴ ἐπιθυμητὴ ἀποδοτικότητα, ἢ ὁποῖα ἐκφράζεται διὰ τοῦ κέρδους ποῦ ἐμφαίνεται εἰς αὐτὸν τὸν προϋπολογιστικὸν ἰσολογισμὸν, καὶ τῆς ὁποίας ἡ ἐπίτευξις δὲν φαίνεται ἀπραγματοποιήτος. Τὰ ὑπόλοιπα κονδύλια τοῦ ἰσολογισμοῦ αὐτοῦ καθορίζονται συμφάνως πρὸς τὰς ἀντιλήψεις τῶν ὑπευθύνων στελεχῶν τῆς ἐπιχειρήσεως ὡς πρὸς τὴν ἐπιθυμητὴν οἰκονομικὴν δομὴν, ρευστότητα κλπ.

Ἐξ ὧν ἐλέχθησαν, προκύπτει ὅτι τὸ στηλοδιάγραμμα  $y$  παίξει ἐδῶ τὸν ρόλον τοῦ διανύσματος τῆς τελικῆς ζητήσεως εἰς τὰς μακροοικονομικὰς ἀναλύσεις αὐτοῦ τοῦ εἴδους. Τοῦτο μᾶς ἐπιτρέπει νὰ γράψωμεν τὴν ἔκφρασιν (7) ὑπὸ τὴν κάτωθι μορφήν:

$$x_i - \sum_{u=1}^v a_{iu} x_u = y_i \quad (8)$$

Ἐκ τῆς τελευταίας ταύτης ἐκφράσεως, ἐὰν δόσωμεν εἰς τὸ  $i$  διαδοχικῶς τὰς τιμὰς 1, 2...v, ἀπορρέει τὸ γραμμικὸν σύστημα

$$\begin{aligned} (1 - a_{11})x_1 - a_{12}x_2 - \dots - a_{1v}x_v &= y_1 \\ -a_{21}x_1 + (1 - a_{22})x_2 - \dots - a_{2v}x_v &= y_2 \\ \dots & \\ -a_{v1}x_1 - a_{v2}x_2 - \dots + (1 - a_{vv})x_v &= y_v \end{aligned} \quad (9)$$

Τὸ ἀνωτέρω σύστημα δύναται νὰ γραφῆ καὶ ὑπὸ μορφήν μητραϊκῆς ἐξίσωσως

$$\begin{bmatrix} (1 - a_{11}), & -a_{12}, & \dots & -a_{1v} \\ -a_{21}, & (1 - a_{22}), & \dots & -a_{2v} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{v1}, & -a_{v2}, & \dots & (1 - a_{vv}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_v \end{bmatrix} \quad (10)$$

Θέτοντες

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1v} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2v} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{v1} & a_{v2} & \dots & a_{vv} \end{bmatrix} \quad (11)$$

διαπιστοῦμεν ὅτι ἡ μήτρα τῶν συντελεστῶν τῆς ἐξίσωσης (10) δύναται νὰ ἐκφρασθῇ

$$(I - A) \quad (12)$$

ὅπου  $I$  ἡ μοναδιαία μήτρα τάξεως  $v$ .

Ἡ ἐξίσωσις (10) καθίσταται, λοιπὸν

$$(I - A) \cdot x = y \quad (13)$$

εἰς τὴν ὁποίαν  $x$  καὶ  $y$  ἐκφράζουν ἀντιστοίχως τὰ στηλοδιανύσματα τῶν  $x_i$  καὶ  $y_i$ .

ὑποθέτοντες ὅτι οἱ συντελεσταὶ  $a_{iu}$  εἶναι γνωστοὶ ἀπὸ τὴν στατιστικὴν ἀνάλυσιν παρελθόντων στοιχείων, ἐπιτυγχάνομεν, ὡς λύσιν τῆς ἐξίσωσης, τὸ γνωστὸν ἀπὸ τὰς μακροοικονομικὰς ἀναλύσεις ὑπόδειγμα

$$x = (I - A)^{-1} \cdot y \quad (14)$$

Προτοῦ χωρήσωμεν εἰς τὴν ἐξέτασιν τῶν δυνατοτήτων καὶ τῶν περιορισμῶν τοῦ ὑποδείγματος εἰς τὸν χῶρον τῆς μικροοικονομίας, δίδομεν ἓν ἀριθμητικὸν παράδειγμα ἐφαρμογῆς.

Ἐστω ὁ κάτωθι ἀρχικὸς ἰσολογισμὸς:

### ΑΡΧΙΚΟΣ ΙΣΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

<i>Ἐνεργητικὸν</i>		<i>Παθητικὸν</i>	
Πάγιον Ἐνεργητικὸν	1.000	Ἵποχρεώσεις	600
Κυκλοφοροῦν Ἐνεργητικὸν	500	Κεφάλαιον	1.200
Διαθέσιμα	300		
	1.800		1.800
	1.800		1.800

Ἡ ἐπιχειρήσις, προκειμένου νὰ προγραμματίσῃ τὴν δραστηριότητά της, προκαταρτίζει τὸν ἰσολογισμόν λήξεως ὡς κάτωθι:

ΠΡΟ-ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟΣ ΙΣΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΛΗΞΕΩΣ

Ἐνεργητικόν		Παθητικόν	
Πάγιον Ἐνεργητικόν	1.100	Ἵποχρεώσεις	700
Κυκλοφοροῦν Ἐνεργητικόν	600	Κεφάλαιον	1.500
Διαθέσιμα	500		
	<u>2.200</u>		<u>2.200</u>

Ὁ προϋπολογιστικὸς ἰσολογισμὸς λήξεως νοεῖται ὅτι ἀναφέρεται εἰς τὴν πρὸ τῆς διανομῆς τοῦ κέρδους κατάστασιν. Τὸ κέρδος τῆς χρήσεως, εἰς τὸ παράδειγμά μας, ἐμφανίζεται ὡς αὐξήσις τοῦ λογαριασμοῦ «Κεφάλαιον». Τοῦτο εἶναι μία ἀπλοποίησις τὴν ὅποιαν υἱοθετήσαμεν εἰς τὸ παράδειγμά μας διὰ νὰ περιορίσωμεν τὰς διαστάσεις τῆς μήτρας. Εἰς αὐτὸν τὸν σκοπὸν ἀποβλέπομεν ἐπίσης θεωροῦντες, ἀντὶ τῶν καθ' ἕκαστα πρωτοβαθμίων λογαριασμῶν, τὰς βασικὰς κατηγορίας τῶν περιουσιακῶν στοιχείων.

Τὸ λογιστικὸν σχέδιον τῆς ἐπιχειρήσεως δίδεται, ὑπὸ μορφήν μήτρας, εἰς τὸν πίνακα 3. Αἱ μονάδες ὑποδηλώνουν τοὺς ὑφισταμένους διατεταγμένους λογαριασμούς. Τὰ μηδενικὰ σημαίνουν ὅτι δὲν ὑφίσταται λογιστικὴ συνδεσμολογία μεταξὺ στήλης καὶ γραμμῆς.

ΠΙΝΑΞ 3

Ἐκροαὶ	Εἰσροαὶ	Π	Κ	Δ	Υ	Κφ	Ε
Πάγιον Ἐνεργητικόν	Π	0	0	0	0	0	1
Κυκλοφοροῦν Ἐνεργ.	Κ	0	0	0	0	0	1
Διαθέσιμα	Δ	1	1	0	1	0	1
Ἵποχρεώσεις	Υ	1	1	0	0	1	0
Κεφάλαιον	Κφ	0	0	0	0	0	1
Ἐκμετάλλευσις	Ε	0	0	1	0	1	0

Προκειμένου νὰ διευκρινήσωμεν ἐν συνεχείᾳ τὴν ἔννοιαν τῶν διατεταγμένων λογαριασμῶν ὡς οἰκοδομικῶν στοιχείων, θὰ παραστήσωμεν ἕκαστον τούτων διὰ δύο γραμμάτων, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ πρῶτον ἀντιπροσωπεύει τὸν πιστούμενον καὶ τὸ δεῦτερον τὸν χρεοῦμενον λογαριασμόν.

- ΠΕ : Ἀποσβέσεις τῶν παγίων ἐγκαταστάσεων,  
 ΚΕ : Ἀναλώσεις οἰκονομικῶν ἀγαθῶν διὰ τοὺς σκοποὺς τῆς ἐκμεταλλεύσεως,  
 ΔΠ : Πρόσκτησις νέων ἀκίνητοποιήσεων τοῖς μετρητοῖς,  
 ΔΚ : Ἀγοραὶ οἰκονομικῶν ἀγαθῶν τοῖς μετρητοῖς,  
 ΔΥ : Μετρήματα πρὸς τοὺς πιστωτάς,  
 ΔΕ : Καταβολὴ δαπανῶν ἐκμεταλλεύσεως,  
 ΥΠ : Πρόσκτησις νέων ἀκίνητοποιήσεων ἐπὶ πιστώσει,  
 ΥΚ : Ἀγοραὶ οἰκονομικῶν ἀγαθῶν ἐπὶ πιστώσει,  
 ΥΚφ : Μεταφορὰ τοῦ κέρδους ἐκμεταλλεύσεως εἰς τὸ δικαιουμένους τοῦτο,  
 ΚφΕ : Μεταφορὰ τοῦ κέρδους ἐκμεταλλεύσεως εἰς ἐπαύξησιν τοῦ κεφαλαίου,  
 ΕΔ : Πωλήσεις μετρητοῖς,  
 ΕΚφ : Μεταφορὰ τῆς ζημίας ἐκμεταλλεύσεως εἰς μείωσιν τοῦ κεφαλαίου.

Ἡ μήτρα τῶν συντελεστῶν  $a_{iu}$  δίδεται ὑπὸ τοῦ πίνακος 4.

ΠΙΝΑΞ 4

Εισο. Ἐκρ.	Π	Κ	Δ	Υ	Κφ	Ε
Π	0	0	0	0	0	0,02
Κ	0	0	0	0	0	0,57
Δ	0,50	0,60	0	1	0	0,40
Υ	0,50	0,40	0	0	(1)	0
Κφ	0	0	0	0	0	0,01
Ε	0	0	1	0	0	0

Εἰς τὸν πίνακα 4 δὲν ὑπάρχει συντελεστὴς εἰς τὴν θέσιν τοῦ διατεταγμένου λογαριασμοῦ ΕΚφ ὁ ὁποῖος ἐμφανίζεται εἰς τὸ λογιστικὸν σχέδιον. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι οἱ διατεταγμένοι λογαριασμοὶ ΕΚφ καὶ ΚφΕ δὲν δύνανται νὰ συνυπάρχουν, καθ' ὅσον τὸ ἀποτέλεσμα θὰ εἶναι διαζευκτικῶς ἢ κέρδος ἢ ζημία. Ὁ συντελεστὴς ὅστις ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸν διατεταγμένον λογαριασμὸν ΥΚφ ἐτέθη ἐντὸς παρενθέσεων πρὸς ὑποδήλωσιν τοῦ ὅτι ὁ προϋπολογιστικὸς ἰσολογισμὸς κατηρτίσθη χωρὶς νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψει ἡ μεταφορὰ ἢ ἀπεικονιζομένη ὑπ' αὐτοῦ τὸν λόγον τῆς τοιαύτης ἐνεργείας θὰ ἴδωμεν ἀργότερον.

Συμφώνως πρὸς τὴν ἐκτεθεῖσαν θεωρίαν, ἔχομεν:

$$(I - A) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,02 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -0,57 \\ -0,5 & -0,6 & 1 & -1 & 0 & -0,40 \\ -0,5 & -0,4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -0,01 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

\*Η αντίστροφός της είναι.

$$(I - A)^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 & 0 & 2 \\ 57 & 58 & 57 & 57 & 0 & 57 \\ 100 & 100 & 100 & 100 & 0 & 99 \\ 24,3 & 24,2 & 23,8 & 24,8 & 0 & 23,8 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 100 & 100 & 100 & 100 & 0 & 100 \end{bmatrix}$$

Τò στηλοδιάνυσμα τῶν  $y_i$  είναι :

$$y_i = [100, 100, 200, -100, -300, 0]^*$$

\*Εφαρμόζοντας τὰ ἀνωτέρω δεδομένα εἰς τὸν τύπον (14) λαμβάνομεν τὴν μητραϊκὴν ἐξίσωσιν

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 & 0 & 2 \\ 57 & 58 & 57 & 57 & 0 & 57 \\ 100 & 100 & 100 & 100 & 0 & 99 \\ 24,3 & 24,2 & 23,8 & 24,8 & 0 & 23,8 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 100 & 100 & 100 & 100 & 0 & 100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \\ 200 \\ -100 \\ -300 \\ 0 \end{bmatrix}$$

\*Η λύσις της δίδει

$$\begin{array}{ll} x_1 = 700 & x_4 = 7.130 \\ x_2 = 17.200 & x_5 = 0 \\ x_3 = 30.000 & x_6 = 30.000 \end{array}$$

Πολλαπλασιάζοντας ἤδη ἐκάστην τῶν ἀνωτέρω τιμῶν ἐπὶ τοὺς συντελεστές τῆς ἀντιστοίχου στήλης, ἐπιτυγχάνομεν τὰ συνολικὰ ποσὰ τῶν διατεταγμένων λογαριασμῶν, τὰ ὁποῖα πρέπει νὰ ἀποτελέσουν τοὺς πρὸς ἐπίτευξιν στόχους διὰ νὰ φθάσωμεν πράγματι εἰς τὸν προϋπολογισθέντα ἰσολογισμόν. Τὰ ποσὰ ταῦτα παρουσιάζομεν εἰς τὸν πίνακα 5.

ΠΙΝΑΞ 5

Εισρ. Ἐκρ.	Π	Κ	Δ	Υ	Κφ	Ε	$y_i$	$x_i$
Π						600	100	700
Κ						17.100	100	17.200
Δ	350	10.320		7.130		12.000	200	30.000
Υ	350	6.880					-100	7.130
Κφ						300	-300	0
Ε			30.000				0	30.000
$x_i$	700	17.200	30.000	7.130	0	30.000	0	

Τὸ ὑπόδειγμα τὸ ὁποῖον ἐφημερίσαμεν συνδέει τὰ συνολικὰ ποσὰ τῶν ἐκροῶν  $x_i$  πρὸς τοὺς ἀντικειμενικοὺς σκοποὺς τοῦ προγραμματισμοῦ, ἐκφραζομένους ὑπὸ τοῦ διανύσματος  $y$ . Ὁ σύνδεσμος αὐτὸς πραγματοποιεῖται μέσῳ τῆς μήτρας  $(I - A)^{-1}$ , τὴν ὁποῖαν καὶ θὰ καλέσωμεν  $\mu\eta\tau\rho\alpha\iota\kappa\delta\nu\pi\omicron\lambda\lambda\alpha\pi\lambda\alpha\sigma\iota\sigma\tau\eta\nu$ , υἱοθετοῦντες τὸν χρησιμοποιούμενον εἰς τὰς μακροοικονομικὰς ἀναλύσεις ὄρον. Ἐκτελοῦντες ὁμῶς τὸν πολλαπλασιασμὸν εἰς τὸ δεῦτερον μέλος τῆς ἐξίσωσης (14), διαπιστοῦμεν ὅτι

$$x_i = \sum_{u=1}^Y a'_{iu} y_u \quad (15)$$

ὅπου  $a'$  ἀντιπροσωπεύει τὸ στοιχεῖον  $i_u$  τῆς μήτρας  $(I - A)^{-1}$ .

Οἱ συντελεσταὶ  $a'_{iu}$ , διὰ δοθὲν  $u$ , ἀντιπροσωπεύουν τὰς ἀναγκαίας χρεώσεις εἰς τὸν λογαριασμὸν  $i$  διὰ νὰ προκύψῃ μίᾳ ἐπὶ πλέον μονάδῃ εἰς τὸ στοιχεῖον  $y_u$  τοῦ διανύσματος - προγράμματος.

Εἰς τὸ παρὸν στάδιον τῆς μελέτης μας καθίσταται ἐπιβεβλημένη ἡ ἐξέταση τοῦ ὑποδείγματος ἀπὸ μαθηματικῆς ἀπόψεως. Ἡ μικροοικονομικὴ ἐφαρμογὴ παρουσιάζει ἰδιορρυθμίας αἰτνες δὲν συναντῶνται εἰς τοὺς μακροοικονομικοὺς πίνακας εἰσροῶν - ἐκροῶν. Δι' αὐτὸν τὸν λόγον, ἡ μαθηματικὴ μελέτη τοῦ ὑποδείγματος ἢ πραγματοποιουμένη ἀπὸ μακροοικονομικῆς σκοπιᾶς, δὲν εἶναι ἀμέσως ἐφαρμόσιμος ἐδῶ <sup>4</sup>.

4. Διὰ τὴν μαθηματικὴν διερεύνησιν τοῦ μακροοικονομικοῦ ὑποδείγματος βλέπε: R. Stone, Input - Output and National Accounts, O.E.E.C., Paris, 1961, σσ. 92-94.

Ἐπειδὴ ὁ μητραϊκὸς πολλαπλασιαστὴς εἶναι ἡ ἀντίστροφος μήτρα τῆς  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})$ , καθίσταται φανερόν ὅτι οἱ συντελεσταὶ εἰσορῶν  $a_{iu}$ , οἱ ὁποῖοι συνιστοῦν τὴν μήτραν  $\mathbf{A}$ , ἀποτελοῦν τὴν βάσιν τοῦ μητραϊκοῦ τούτου ὑποδείγματος. Οἱ συντελεσταὶ οὗτοι ὑπολογίζονται βάσει τῶν ἐμπειρικῶν δεδομένων μιᾶς μήτρας συναλλαγῶν, ἠϋξημένης κατὰ τὸ διάνυσμα  $y = y' - y''$ . Ἐπειδὴ εἰς τὴν λογιστικὴν ἡ ἀξία ἐκάστης συναλλαγῆς ἐκφράζεται πάντοτε διὰ θετικοῦ ἀριθμοῦ, διὰ νὰ δώσουν τὰ στοιχεῖα τῆς γραμμῆς  $i$  ἀρνητικὸν ἄθροισμα πρέπει νὰ ἔχωμεν

$$\sum_{u=1}^v x_{iu} < y'_i - y''_i \quad (16)$$

Πρέπει δηλαδὴ τὸ ἄθροισμα ἀξιῶν τῶν οἰκονομικῶν πράξεων αἱ ὁποῖαι φέρονται εἰς τὴν πίστωσιν ἐνὸς λογαριασμοῦ  $i$  νὰ εἶναι κατώτερον τῆς διαφορᾶς (Ἐπόλοιπον ἐνάρξεως τοῦ λογαριασμοῦ  $i$ ) — (Ἐπόλοιπον λήξεως τοῦ λογαριασμοῦ  $i$ ). Δοθέντος ὁμοῦ ὅτι ἡ ἠϋξημένη μήτρα καταρτίζεται βάσει ἐξισωμένων λογαριασμῶν, ἡ σχέσις (16) δὲν δύναται νὰ παρατηρηθῇ εἰς τὴν μικροοικονομικὴν λογιστικὴν. Διότι καὶ ἐὰν συνέβαινε τὸ ἄθροισμα τῶν ἀξιῶν τῶν πραγματικῶν συναλλαγῶν αἵτινες ἄγονται εἰς τὴν πίστωσιν ἐνὸς λογαριασμοῦ νὰ εἶναι κατώτερον τῆς διαφορᾶς ἀρχικοῦ καὶ τελικοῦ ὑπολοίπου τούτου, ὁ λογιστὴς θὰ εἶχεν ἐξιῶσει τὸν λογαριασμὸν μεταφέρων τὸ ὑπόλοιπόν του εἰς τὰ ἀποτελέσματα· ἡ τοιαύτη μεταφορὰ θὰ ἐνεφανίζετο εἰς ἴδιον διατεταγμένον λογαριασμὸν ὁ ὁποῖος, περιλαμβανόμενος εἰς τὴν μήτραν, θὰ καθίστα ἀδύνατον τὴν ἐμφάνισιν τῆς σχέσεως (16). Τοῦτο ἐμφαίνεται ἐκ τῆς θεωρήσεως τῶν κάτωθι διγραφικῶν λογαριασμῶν τῶν πινάκων 6α καὶ 6β:

ΠΙΝΑΞ 6α

Χρ.	Ἐνεργητικὸς Λογαριασμὸς	Πιστ.
Ἐπόλ. ἐνάρξ.	1.100	Συναλλαγαι
Συναλλαγαι	40	Ἐπόλ. λήξεως
	1.140	1.080
	Ζημία	60
	1.140	1.140

$$80 < (1.100 - 1.000)$$

$$(80 + 60) > (1.100 - 1.000)$$

ΠΙΝΑΞ 6β

Χρ.	Παθητικὸς Λογαριασμὸς	Πιστ.
Συναλλαγαι	40	Ἐπόλ. ἐνάρξ.
Ἐπόλ. λήξ.	1.100	Συναλλαγαι
	1.140	1.080
	Ζημία	60
	1.140	1.140

$$80 < [(-1.000) - (-1.100)]$$

$$80 + 60 > [(-1000) - (-1.100)]$$

Ἐπειδή, λοιπόν, ἡ ηὔξημένη μήτρα καταρτίζεται βάσει ἐξισωμένων λογαριασμῶν, τὰ ἀθροίσματα τῶν γραμμῶν τῆς δὲν δύνανται νὰ εἶναι κατώτερα τοῦ μηδενός. Οἱ συντελεσταὶ  $a_{iu} = x_{iu}/x_u$  εἶναι πάντοτε θετικοί, ἐκτὸς τῆς περιπτώσεως καθ' ἣν εἶναι  $x_u = 0$ . Εἰς αὐτὴν τὴν περίπτωσιν ὁ συντελεστὴς εἶναι ἀπροσδιόριστος, συνεπῶς ἡ ἐφαρμογὴ τοῦ ὑποδείγματος ἀδύνατος.

Δυνάμεθα ὅμως νὰ παρατηρήσωμεν ὅτι παρόμοιαι περιπτώσεις σπανιώτατα παρουσιάζονται εἰς τὴν πρᾶξιν, διότι συνήθως τὸ ἄθροισμα τῶν ροῶν αἱ ὁποῖαι ἀποτελοῦν τὴν συνολικὴν ἐκροὴν ἐνὸς διγραφικοῦ λογαριασμοῦ εἶναι κατὰ πολὺ ὑπέρτερον τῆς μεταβολῆς τοῦ ὑπολοίπου, πρᾶγμα τὸ ὁποῖον καθιστᾷ ἀδύνατον τὴν ἐμφάνισιν μηδενικῶν εἰς τὸ διάνυσμα τῶν ἀθροισμάτων τῶν γραμμῶν.

Ἡ πρακτικὴ ὅμως αὕτη παρατήρησις δὲν δίδει μίαν ἀδιαμφισβήτητον λύσιν εἰς τὸ πρόβλημα τῆς ἐμφανίσεως τῶν ἀπροσδιορίστων συντελεστῶν. Ἄλλὰ δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν ὅτι, ἀκόμη καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν τοιοῦτοι συντελεσταὶ ἐμφανίζονται, ἡ δυσχέρεια δὲν εἶναι ἀνυπέρβλητος: εἶναι, πράγματι, δυνατὴ μία ἐλαφρὰ τροποποίησις τοῦ ὑποδείγματος, διὰ τῆς ὁποίας ἀποφεύγεται ἐντελῶς ἡ ἐμφάνισις ἀρνητικῶν ποσοτήτων εἰς τὴν ηὔξημένην μήτραν. Αἱ ἀρνητικαὶ ποσότητες, ἐξ ὧν ἔχομεν ἴδει, ἐμφανίζονται ἀποκλειστικῶς εἰς τὸ διάνυσμα  $y$ . Ἄρκει, λοιπόν, νὰ ἀντικαταστήσωμεν τὸ διάνυσμα τοῦτο δι' ἐνὸς ἐτέρου διανύσματος  $\Phi$ , τὸ ὁποῖον, ἀντὶ τῶν διαφορῶν τῶν δύο ἰσολογισμῶν, θὰ περιέχῃ μόνον τὰ στοιχεῖα ἐνεργητικοῦ τοῦ τελικοῦ ἰσολογισμοῦ. Τὰ στοιχεῖα τοῦ παθητικοῦ ἀναγράφονται, ὡς θετικαὶ πλέον ποσότητες, εἰς μίαν βοηθητικὴν γραμμὴν, ἐνῶ προστίθενται ἀκόμη μία στήλη μὲ τὰ παθητικὰ στοιχεῖα τοῦ ἀρχικοῦ ἰσολογισμοῦ καὶ μία γραμμὴ μὲ τὰ ἐνεργητικὰ στοιχεῖα αὐτοῦ. Οὕτω προκύπτει μία μήτρα εἰς τὴν ὁποίαν οὐδεμία ἀρνητικὴ ποσότης ἐμφανίζεται.

Ὑπὸ τὸν ὄρον ὅτι κάθε γραμμὴ τῆς μήτρας περιέχει ἓνα τουλάχιστον διατεταγμένον λογαριασμόν, τὰ ἀθροίσματα τῶν γραμμῶν — συνεπῶς καὶ τῶν ἀντιστοιχῶν στηλῶν — εἶναι αὐστηρῶς θετικά, πρᾶγμα τὸ ὁποῖον ἀποκλείει τὴν ἐμφάνισιν ἀπροσδιορίστων συντελεστῶν.

Μία μήτρα τοῦ τροποποιημένου ὑποδείγματος δίδεται εἰς τὸν πίνακα 7. Ὑποτίθεται ὅτι οἱ διατεταγμένοι λογαριασμοὶ περιέχουν ποσὰ προκύψαντα ἀπὸ προηγουμένην λογιστικὴν περίοδον. Ἀπολογιστικοὶ ἐπίσης εἶναι τόσον ὁ ἀρχικὸς ὅσον καὶ ὁ τελικὸς ἰσολογισμὸς. Ἀντικείμενον τῆς συντάξεως τῆς μήτρας εἶναι ὁ ἐπὶ τῇ βάσει παλαιότερων δεδομένων ὑπολογισμὸς τῶν συντελεστῶν εἰσροῶν, προκειμένου νὰ χρησιμοποιηθοῦν οὗτοι ἐν συνεχείᾳ διὰ τὴν ἐφαρμογὴν τοῦ ὑποδείγματος (14) εἰς σκοποὺς προγραμματισμοῦ. Οἱ συντελεσταὶ θὰ προκύψουν ὡς πηλίκια τῶν διαιρέσεων τῶν ποσοτήτων αἱ ὁποῖαι ἀναγράφον-

ται εἰς τοὺς διατεταγμένους λογαριασμοὺς διὰ τοῦ ἄθροίσματος τῆς γραμμῆς τῆς ἐχούσης τὴν αὐτὴν τάξιν πρὸς τὴν στήλην εἰς ἣν ἀνήκει ἕκαστος διατεταγμένος λογαριασμός.

Διὰ νὰ ὑπάρξῃ λύσις τοῦ ὑποδείγματος (14) πρέπει ἡ μήτρα  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})$  νὰ ἔχῃ τὴν ἀντίστροφόν της. Ὑποθέτοντες ὅτι τὰ στοιχεῖα τῆς κυρίας διαγωνίου τῆς  $\mathbf{A}$  εἶναι μηδενικά, ἢ ὑπαρξίς τῆς ἀντιστρόφου εἶναι ἐξησφαλισμένη, τουλάχιστον καθ' ὅσον ἀφορᾷ εἰς μήτραν  $\mathbf{A}$  προκύψασαν ἐκ τοῦ τροποποιημένου ὑποδείγματος, τοῦ χρησιμοποιοῦντος τὸ διάνυσμα  $\Phi$ . Διότι ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ μήτρα  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})$  ἔχει ἀντίστροφον, ἐφ' ὅσον τὸ ἄθροισμα τῶν στοιχείων ἐκάστης στήλης τῆς  $\mathbf{A}$  δὲν ὑπερβαίνει τὸ 1 καὶ ὑφίσταται τουλάχιστον μίαν στήλην τῆς  $\mathbf{A}$  τῆς ὁποίας τὸ ἄθροισμα τῶν στοιχείων εἶναι κατώτερον τοῦ 1<sup>5</sup>. Αἱ προϋποθέσεις αὗται πληροῦνται πάντοτε, ἐφ' ὅσον γίνεται χρῆσις τοῦ τροποποιημένου ὑποδείγματος. Πράγματι, αἱ βοηθητικαὶ γραμμαὶ αἱ ὁποῖαι προορίζονται διὰ τὰ ἀρχικὰ ὑπόλοιπα τῶν ἐνεργητικῶν λογαριασμῶν καὶ τὰ τελικὰ ὑπόλοιπα τῶν παθητικῶν, ἐξασφαλίζουν ἓνα ὀρισμένον ἀριθμὸν στηλῶν διὰ τὰς ὁποίας ἔχομεν, εἰς τὴν μήτραν  $\mathbf{A}$

$$\sum_{i=1}^v a_{iu} < 1$$

Ὡς πρὸς τὰς στήλας αἱ ὁποῖαι ἀντιστοιχοῦν εἰς λογαριασμοὺς ἐκμεταλλεύσεως, μὴ ἐμφανιζομένους εἰς τοὺς ἰσολογισμοὺς, θὰ ἔχομεν

$$\sum_{i=1}^v a_{iu} = 1$$

Καθ' ὅσον ἀφορᾷ εἰς τὸ ἀρχικὸν ὑπόδειγμα, τὸ ὁποῖον χρησιμοποιεῖ τὸ διάνυσμα  $y$ , εἶναι δυνατὸν νὰ ἔχωμεν, εἰς ὅλας τὰς στήλας τῆς  $\mathbf{A}$ , ἄθροισμα στοιχείων ἴσον πρὸς 1. Πάντοτε ὑποθέτοντες ὅτι τὰ στοιχεῖα τῆς κυρίας διαγωνίου ταύτης εἶναι μηδενικά, ἀντιλαμβανόμεθα ὅτι τότε τὰ ἄθροισματα ὅλων τῶν στηλῶν τῆς  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})$  εἶναι ἴσα πρὸς τὸ μηδέν. Ἡ μήτρα  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})$ , εἰς αὐτὴν τὴν περίπτωσιν, δὲν ἔχει ἀντίστροφον. Διὰ νὰ φθάσωμεν εἰς μίαν λύσιν πρέπει νὰ διαγράψωμεν ἓνα τουλάχιστον συντελεστήν, ὥστε νὰ ἐπιτύχωμεν μίαν τουλάχιστον στήλην πληροῦσαν τὴν συνθήκην

5. Βλέπε *W. Leontief*, op. cit., σσ. 140-141.

$$\sum_{i=1}^v a_{iu} < 1$$

Εἶναι δυνατόν νὰ ἐπιλέξωμεν πρὸς διαγραφὴν ἓνα συντελεστὴν ἀντιστοιχοῦντα εἰς ἓνα διατεταγμένον λογαριασμὸν μὴ παρουσιάζοντα ἰδιαιτέραν οἰκονομικὴν σημασίαν: π.χ. ἓνα διατεταγμένον λογαριασμὸν ἀντιπροσωπεύοντα λογιστικὴν μεταφοράν. Εἰς τὸ συγκεκριμένον παράδειγμα τὸ ὁποῖον παρεθέσαμεν διεγράφη ὁ λογαριασμὸς τῆς μεταφορᾶς τοῦ κέρδους εἰς τοὺς δικαιούχους· δι' αὐτὸν ἀκριβῶς τὸν λόγον ἐτέθη ὁ ἀντίστοιχος συντελεστὴς ἐντὸς παρενθέσεων καὶ κατηρτίσθη ὁ τελικὸς ἰσολογισμὸς χωρὶς νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ἡ μεταφορὰ ἣν ἀντεπροσώπευεν οὗτος. Δι' αὐτοῦ τοῦ τρόπου κατέστη δυνατὴ ἡ ἐξεύρεσις λύσεως.

Ἐγράφη ἀνωτέρω ὅτι, διὰ νὰ σχηματίσωμεν τὴν μήτραν **A**, πρέπει νὰ ἀνατρέξωμεν εἰς τὰ λογιστικὰ δεδομένα τοῦ παρελθόντος. Καταρτίζομεν τὴν ἠϋξημένην μήτραν τῶν συναλλαγῶν βάσει τῶν δεδομένων μιᾶς παρελθούσης χρήσεως, διὰ τὴν ὁποίαν διαθέτομεν πλήρη στοιχεῖα καὶ ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ὁποίας ἐπιτυγχάνομεν τοὺς συντελεστὰς εἰσροῶν δι' ἑνὸς ἀπλοῦ ἀριθμητικοῦ ὑπολογισμοῦ. Ἐὰν χρησιμοποιηθοῦν τὰ δεδομένα πλειόνων χρήσεων, ὁ ὑπολογισμὸς τῶν συντελεστῶν ἀπαιτεῖ τὴν προσφυγὴν εἰς στατιστικὰς τεχνικάς. Οἱ συντελεσταὶ  $a_{iu}$  ἀναπαριστοῦν, λοιπόν, τὰ χαρακτηριστικὰ τῆς οἰκονομικῆς μονάδος, ὅπως ταῦτα ἀποκαλύπτονται μέσῳ τῶν λογιστικῶν δεδομένων τοῦ παρελθόντος. Ἐφ' ὅσον πρόκειται νὰ ἐφαρμόσωμεν τὸ ὑπόδειγμα διὰ νὰ προγραμματίσωμεν τὴν δραστηριότητα τῆς οἰκονομικῆς μονάδος εἰς τὸ μέλλον, ὑπόκειται πάντοτε ἡ ὑπόθεσις ὅτι δὲν θὰ ὑπάρξῃ μεταβολὴ εἰς τὰς σχέσεις μεταξύ τῶν διατεταγμένων λογαριασμῶν ἀπὸ τῆς μιᾶς λογιστικῆς περιόδου εἰς τὴν ἄλλην, πράγμα τὸ ὁποῖον δὲν συμβαίνει ὅταν ἔχουν μεσολαβῆσει μεταβολαὶ εἰς παράγοντας ὅπως ἡ τεχνολογικὴ δομὴ τῆς οἰκονομικῆς μονάδος, ἡ ἐμπορικὴ καὶ χρηματοοικονομικὴ πολιτικὴ τῆς, ἡ οἰκονομικὴ συγκυρία.

Μία δευτέρα ὑπόθεσις, ἡ ὁποία ὑπόκειται τοῦ ὑποδείγματος, εἶναι ὅτι ἀπασαί αἱ σχέσεις μεταξύ τῶν λογιστικῶν δεδομένων τὰ ὁποῖα ἐμφανίζονται εἰς τὴν μήτραν εἶναι γραμμικαί· εἰς αὐτὴν ἀκριβῶς τὴν ὑπόθεσιν βασιζέται ἡ χρησιμοποίησις τοῦ λογιμοῦ μητρῶν.

Τρίτη ὑπόθεσις εἶναι ἡ τῆς ὁμοιογενείας, ἀποκλειούσης τὴν ὑπαρξίν σταθερῶν δαπανῶν.

Τέλος, δύναται νὰ παρατηρηθῇ ὅτι τὸ ὑπόδειγμα εἶναι «ντετερμινιστικόν», μὴ ὑπεισερχομένης εἰς αὐτὸ τῆς ἐννοίας τῆς πιθανότητος.

Εἰς τὸ σημεῖον ὁμοῦς αὐτὸ ἐγείρεται τὸ ἐρώτημα μήπως ὅλαι αὐταὶ αἱ ὑποθέσεις, αἱ ὁποῖαι οὐδέποτε ἐπαληθεύονται εἰς τὴν ζωὴν τῶν οἰκονομικῶν μονάδων, καθιστοῦν τὸ ὑπόδειγμα πρακτικῶς ἀνεφάρμοστον. Ἡ ἀπάντησις εἰς αὐτὴν τὴν ἀντίρρῃσιν εἶναι ὅτι τὴν ποιότητα ἐνὸς ὑποδείγματος δὲν καθορίζει τόσον ὁ ρεαλισμὸς του, ὅσον ἡ χρησιμότης του ἔναντι συγκριμένων διαχειριστικῶν προβλημάτων. Ἐνα ὑπόδειγμα δὲν θὰ πρέπει νὰ θεωρῆται ὡς εἰς μηχανισμὸς λήψεως ἀποφάσεων, ἀλλὰ ὡς ἀναλυτικὸν ἐργαλεῖον, ἐπιτρέπον εἰς τὸν χειριζόμενον τοῦτο νὰ μελετήσῃ τὸ πρόβλημα τὸ ὁποῖον τὸν ἀπασχολεῖ, χωρὶς νὰ χάνῃ ἀπὸ τὸν νοῦν τοὺς περιορισμοὺς καὶ τὰς ἀνεπαρκειὰς τοῦ χρησιμοποιουμένου ἐργαλείου.

Ἐχομεν τὴν γνώμην ὅτι, ἐφ' ὅσον ἡ δομὴ μιᾶς οἰκονομικῆς μονάδος παραμένει σχετικῶς σταθερὰ καὶ ἡ οἰκονομικὴ συγκυρία δὲν παρουσιάζει μεγάλας διακυμάνσεις, τὸ ὑπόδειγμα δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ, μετὰ περισκέψεως, διὰ τοὺς σκοποὺς τοῦ βραχυχρονίου προγραμματισμοῦ. Μία ἀναδρομικὴ μελέτη διὰ τῆς ὁποίας θὰ συγκρίνωνται τὰ ἐξαγόμενα τοῦ ὑποδείγματος πρὸς τὰ μεγέθη τὰ ὁποῖα θὰ διαμορφωθοῦν εἰς τὴν πραγματικότητα ὀφείλει νὰ συμπληρῶν ἑκάστην ἐφαρμογὴν τοῦ ὑποδείγματος. Διὰ τῆς τοιαύτης μελέτης θὰ καθίσταται δυνατὸν νὰ τροποποιῶνται, βάσει τῆς κτηθείσης πείρας, οἱ συντελεσταί, ἐν ᾧσει προσεχοῦς ἐφαρμογῆς.

Αὐτὸ τὸ ὁποῖον κυρίως ἐπεδιώχθη νὰ ἀποδειχθῇ διὰ τῆς παρουσίας ἐργασίας εἶναι τὸ ὅτι ἕνα ὑπόδειγμα, ἐπινοηθὲν ἀρχικῶς διὰ τοὺς σκοποὺς τῶν μακροοικονομικῶν ἀναλύσεων, δύναται νὰ ἀποκτήσῃ νόημα, διὰ τοῦ ὁποίου νὰ καθίσταται δυνατὴ ἡ ἐφαρμογὴ του καὶ εἰς τὸν χῶρον τῆς μικροοικονομίας, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι ἡ τοιαύτη ἐφαρμογὴ παρουσιάζει κάποιαν χρησιμότητα. Τὸ γεγονός ὅτι παρόμοια ὑποδείγματα χρησιμοποιοῦνται εὐρέως εἰς τὰς μακροοικονομικὰς ἀναλύσεις εἶναι ἀρκετὰ ἐνθαρρυντικόν. Αἱ ἀπλοποιῶσαι ὑποθέσεις εἶναι, καὶ διὰ τὰς μακροοικονομικὰς ἐφαρμογὰς, αἱ αὐταί. Αἱ μακροοικονομικαὶ δομαὶ ὑφίστανται, καὶ αὐταὶ ἐπίσης, μεταβολὰς ἔναντι τῶν ὁποίων αἱ ὑποκείμεναι τοῦ ὑποδείγματος ὑποθέσεις δὲν εἶναι ρεαλιστικά. Ἐν τούτοις ἡ χρησιμότης τῶν ὑποδειγμάτων εἰσοῶν - ἐκροῶν οὐδὲν τίθεται ἐν ἀμφιβόλῳ εἰς τὸν χῶρον τῆς μακροοικονομίας. Καὶ αὐτὸ ἀκριβῶς τὸ γεγονός συντελεῖ εἰς τὸ νὰ προσβλέπεται μὲ ἀισιοδοξίαν ἢ ἀνάλογος χρησιμοποίησις των διὰ μικροοικονομικοὺς σκοποὺς.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Almon, Clopper Jr.*: Matrix Methods in Economics, Addison - Wesley Publ. Co., 1967.
- Corcoran, A. W.*: Matrix Bookkeeping, ες The Journal of Accounting, No 3/1964.
- Faux, Charles*: A New Matrix Approach to Accounting Training, ες The Accounting Review, No 1/1966.
- Ghosh, A.*: Experiments With Input - Output Models, University Press, Cambridge, 1964.
- Leontief, Wassily*: Input - Output Economics, New York, Oxford University Press, 1966.
- Mattessich, Richard*: Accounting and Analytical Methods, R. Irving, Inc., Homewood, Illinois, 1964.
- Richards, Allen B.*: Input - Output Accounting for Business, ες The Accounting Review, No 3/1960.
- Stone, Richard*: Input - Output and National Accounts, Organisation for European Economic Co-operation, Paris, 1961.
- Washington, Joseph Berrian*: Matrix Analysis of an Accounting System - An Empirical Study, University Microfilms, Ann Arbor, Michigan, 1966.
- CERUNA* (Centre d'Etudes et de Recherche Universitaire de Namur): Etude comparée des tableaux d'entrées et de sorties des Communautés Européennes. - Facultés Universitaires N. - D. de la Paix, Namur, 1966.
- Παπαναστασάντου, Αναστασίου Σ.*: Νέαι κατευθύνσεις εις την θεωρητικὴν θεμελίωσιν τῆς Λογιστικῆς, Ἀθήναι, 1975.