

ΜΙΧΑΗΛ Π. ΚΑΛΥΒΑ

Βοηθοῦ τῆς Ἐδρας τῶν Γενικῶν καὶ Οἰκονομικῶν Μαθηματικῶν τῆς Α.Β.Σ.Θ.

ΠΡΟΒΛΕΨΙΣ ΤΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΤΩΝ ΚΛΑΔΩΝ
ΤΗΣ ΜΕΤΑΠΟΙΗΣΕΩΣ ΤΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ
ΔΙΑ ΤΟ ΕΤΟΣ 1980

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σκοπός τῆς παρούσης ἐργασίας εἶναι ἡ πρόβλεψις τοῦ διανύσματος παραγωγῆς τῶν κλάδων τῆς μεταποιήσεως τῆς Ἑλληνικῆς Βιομηχανίας διὰ τὸ ἔτος 1980. Ἡ μήτρα τῆς οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως εἶναι τὸ μαθηματικὸ ὑπόδειγμα τὸ ὁποῖον χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν πρόβλεψιν τοῦ ὡς ἄνω διανύσματος.

Διὰ τὴν καλυτέραν κατανόησιν τοῦ θέματος παρουσιάζεται εἰς τὸ πρῶτον μέρος τῆς ἐργασίας ταύτης ἡ ὑφισταμένη κατάστασις εἰς τοὺς τέσσαρας τομεῖς τῆς βιομηχανίας καὶ τοὺς ἑνδεκα κλάδους τῆς μεταποιήσεως κατὰ τὴν χρονικὴν περίοδον 1958-1973. Εἰς τὸ δεύτερον μέρος παρουσιάζεται ἡ διαχρονικὴ ἐξέλιξις τῶν ἄνωτέρω τομέων καὶ κλάδων διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἡμιμέσων καὶ ὑπολογίζονται οἱ ἐξισώσεις παραγωγῆς ἑνὸς ἐκάστου ἐξ αὐτῶν. Τέλος, τὸ τρίτον μέρος περιλαμβάνει τὴν μαθηματικὴν θεμελίωσιν τῆς μήτρας τῆς οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως καὶ μίαν πρωτότυπον ἐφαρμογὴν αὐτῆς εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ ὡς ἄνω ἀναφερθέντος διανύσματος παραγωγῆς.

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

Η ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΟΔΟΝ 1958-1973

1. 1. ΓΕΝΙΚΑ

Εἰς τὸ τμήμα αὐτὸ τῆς παρουσίας ἐργασίας θὰ ἐξετασθῆ ἡ ἀναδιάρθρωσις τῆς συμβολῆς ἐκάστου κλάδου τῆς βιομηχανίας εἰς τὸ ἀκαθάριστον ἐγχώριον προῖδν τῆς χώρας. Δηλαδή θὰ γίνῃ συγκριτικὴ ἐξέτασις τῆς συμβολῆς ἀφ' ἑνὸς τῶν τεσσάρων τομέων τῆς βιομηχανίας (Ὀρυχεῖα, Μεταποιήσις, Ἐνέργεια, Κατασκευαὶ) καὶ ἀφ' ἑτέρου τῶν ἑνδεκα κλάδων τῆς μεταποιήσεως (συμφώνως πρὸς τὴν ὑποδιαίρεσιν τῆς Ἐθνικῆς Στατιστικῆς Ὑπηρεσίας), εἰς τὴν ἀκαθάριστον ἀξίαν τὴν πραγματοποιουμένην ὑπὸ τῆς βιομηχανίας, κατὰ τὴν χρονικὴν περίοδον 1958-1973¹. Ἡ ἐξέτασις γίνεται ἐπὶ τῇ βάσει τῶν στοιχείων τῶν ἀναφερομένων εἰς τοὺς Ἐθνικοὺς Λογαριασμοὺς τῆς Ἑλλάδος 1958-1974, τοῦ Ὑπουργείου Συντονισμοῦ καὶ Προγραμματισμοῦ, ἀριθ. 23 καὶ εἰς σταθερὰς τιμὰς τοῦ ἔτους 1970.

Εἰς τὸν πίνακα 1.1 περιλαμβάνονται οἱ δεῖκται οἰκονομικῆς ἐξελιξέως τῶν τομέων τῆς βιομηχανίας καὶ τῶν κλάδων τῆς μεταποιήσεως. Οἱ δεῖκται αὐτοὶ ἔχουν ὑπολογισθῆ με ἔτος βάσεως τὸ 1958, ἀνὰ τριετίαν ἐκ τοῦ τύπου:

$$\Delta.O.E = \frac{\text{Ἀκαθ. ἐγχώριον προῖδν ἔτους συγκρίσεως}}{\text{Ἀκαθ. ἐγχώριον προῖδν ἔτους βάσεως}} \quad 100$$

Εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ δείκτου ἐξελιξέως τῆς συνολικῆς βιομηχανίας λαμβάνεται ἀθροιστικῶς τὸ ἀκαθάριστον ἐγχώριον προῖδν τῶν τεσσάρων τομέων τῆς βιομηχανίας δι' ἕκαστον ἔτος συγκρίσεως.

Διὰ συγκρίσεως τοῦ δείκτου οἰκονομικῆς ἐξελιξέως ἐκάστου τομέως καὶ κλάδου τῆς βιομηχανίας πρὸς τὸν ἀντίστοιχον δείκτην τῆς συνολικῆς βιομηχανίας προσδιορίζεται ὁ βαθμὸς ἐντάσεως τῆς ἀναδιάρθρωσεως δι' ἕκαστον κλά-

1. Μηνιαῖον Δελτίον Ἐμπορικῆς Βιομηχανικοῦ Ἐπιμελητηρίου Θεσσαλονίκης, Ἰούλιος 1974, τεῦχος 7, Τριανταφύλλου Ράφτη, σελ. 639.

δον. Ἐὰν ὁ ἄνωτέρω δείκτης εἶναι μεγαλύτερος (μικρότερος ἢ ἴσος) τοῦ δείκτου τῆς συνολικῆς βιομηχανίας, τὸ ποσοστὸν συμμετοχῆς τοῦ κλάδου εἰς τὸ ἀκαθάριστον ἐγχώριον προϊόν τῆς βιομηχανίας εἶναι μεγαλύτερον (μικρότερον ἢ ἴσον) τοῦ ἀντιστοίχου ποσοστοῦ τοῦ ἔτους βάσεως.

Π Ι Ν Α Κ 1.1

Δείκται οἰκονομικῆς ἐξελίξεως τῶν κλάδων
τῆς ἑλληνικῆς βιομηχανίας περιόδου 1958-1973

		1 9 6 1	1 9 6 4	1 9 6 7	1 9 7 0	1 9 7 3
1.	Ὅρυχεῖα	117.2	142.6	169.6	248.8	357.1
2.	Μεταποιήσις	120.1	154.3	201.4	297.6	418.2
	1. Τροφίμων-ποτῶν-καπνοῦ	106.0	138.0	166.4	229.2	304.3
	2. Ὕφαιμα	107.4	135.7	176.3	250.3	389.4
	3. Ἐνδύσεως-ὑποδήσεως	98.5	122.5	155.5	183.8	243.4
	4. Εὐλοῦ-ἐπίπλων	123.7	163.5	229.9	312.6	424.4
	5. Χάρτου-ἐκδόσεων-ἐκτυπώσεων	125.7	172.6	229.6	288.5	364.5
	6. Χημικαί	161.2	211.2	351.2	609.2	958.8
	7. Μὴ μεταλλικῶν ὀρυκτῶν	123.9	180.7	226.1	361.7	477.7
	8. Βασικαί μεταλλουργικαί	174.9	232.6	710.3	2078.9	2635.4
	9. Ἀντικειμένον ἐκ μετάλλου	140.6	166.3	217.1	289.3	439.7
	10. Μεταφορικῶν μέσων	179.9	235.9	203.7	388.5	509.3
	11. Λοιπαί	128.8	156.3	185.9	270.0	364.6
3.	Ἐνέργεια	157.6	229.7	345.3	498.7	766.0
4.	Κατασκευαί	141.7	181.2	195.8	257.4	357.1
5.	Συνολικὴ βιομηχανία	128.3	165.1	203.3	289.7	408.4

Ἡ ἀπεικόνισις τῶν δεικτῶν ἐξελίξεως ἐπὶ διαγραμμάτων καθιστᾷ περισσότερο ἐμφανῆ τὴν σχέσιν μεταξύ τοῦ δείκτου ἐκάστου κλάδου καὶ τοῦ δείκτου τῆς συνολικῆς βιομηχανίας, δι' ἕκαστον ἔτος συγκρίσεως. Εἰς τὸν ὀριζόντιον ἄξονα ἐκάστου διαγράμματος ἀναγράφονται τὰ ἔτη συγκρίσεως καὶ εἰς τὸν κάθετον οἱ ἀντιστοιχοὶ δείκται (Διαγράμματα 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5).

Διὰ τοὺς τομεῖς τῆς βιομηχανίας καὶ τοὺς κλάδους τῆς μεταποίησης, δι'

Έκαστον έτος συγκρίσεως, δύναται νά προσδιορισθῆ αντίστοιχος δείκτης αναδιαρθρώσεως έκ τοῦ τύπου:

$$\Delta.Α. = \frac{\text{Δείκτης οικονομικῆς ἐξελίξεως τοῦ κλάδου}}{\text{Δείκτης οικονομικῆς ἐξελίξεως τῆς συνολικῆς βιομηχανίας}}$$

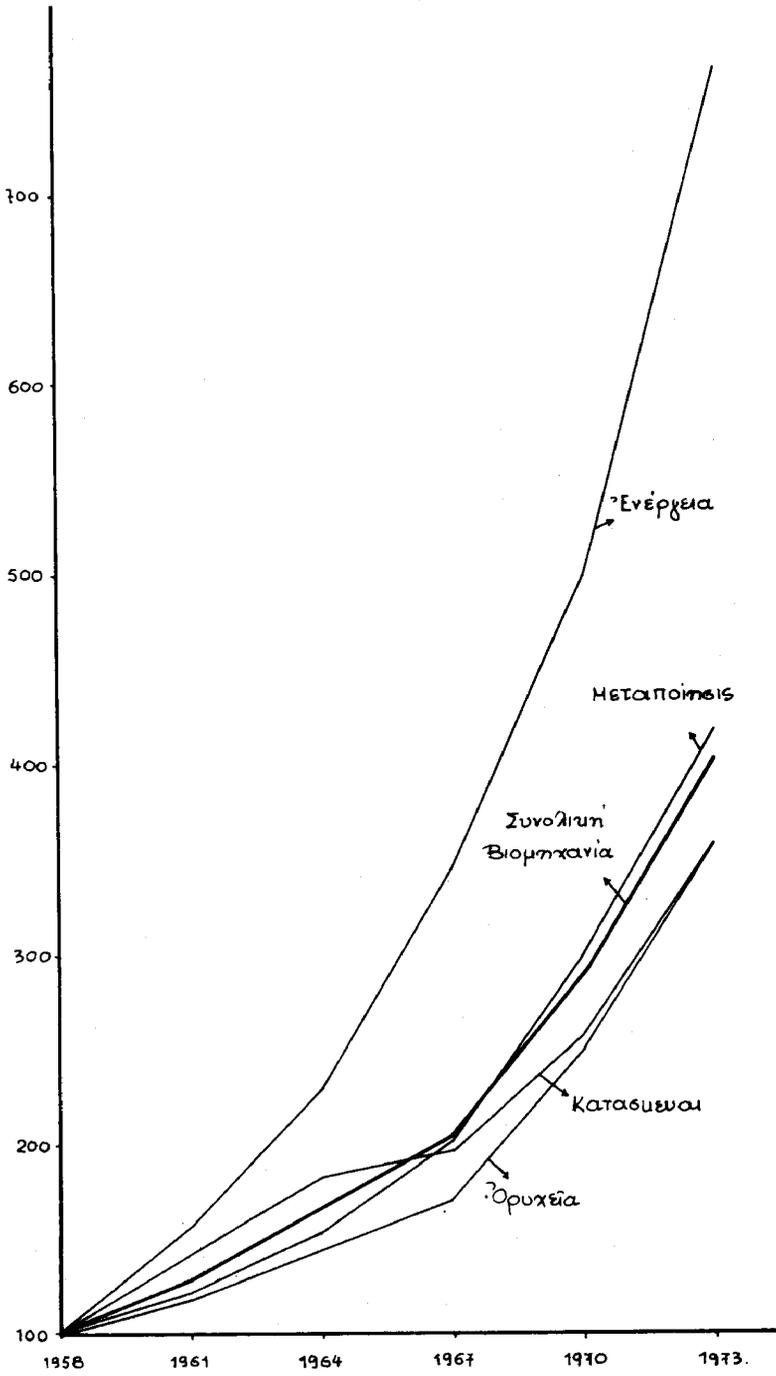
Ὁ δείκτης αὐτός δύναται νά εἶναι μεγαλύτερος, ἴσος ἢ μικρότερος τῆς μονάδος. Τοῦτο σημαίνει ὅτι τὸ ποσοστὸν συμμετοχῆς τοῦ ἀντιστοίχου κλάδου εἰς τὸ ἀκαθάριστον προϊόν τῆς συνολικῆς βιομηχανίας, διὰ τὸ ἀναφερόμενον έτος, αὐξάνει, παραμένει σταθερὸν ἢ ἐλαττοῦται ἐν σχέσει πρὸς τὸ ποσοστὸν συμμετοχῆς του κατὰ τὸ έτος βάσεως. Οἱ δείκται αναδιαρθρώσεως διὰ τὴν ἐξεταζομένην περίοδον ἀναγράφονται εἰς τὸν πίνακα 1.2.

Π Ι Ν Α Κ Ε 1.2

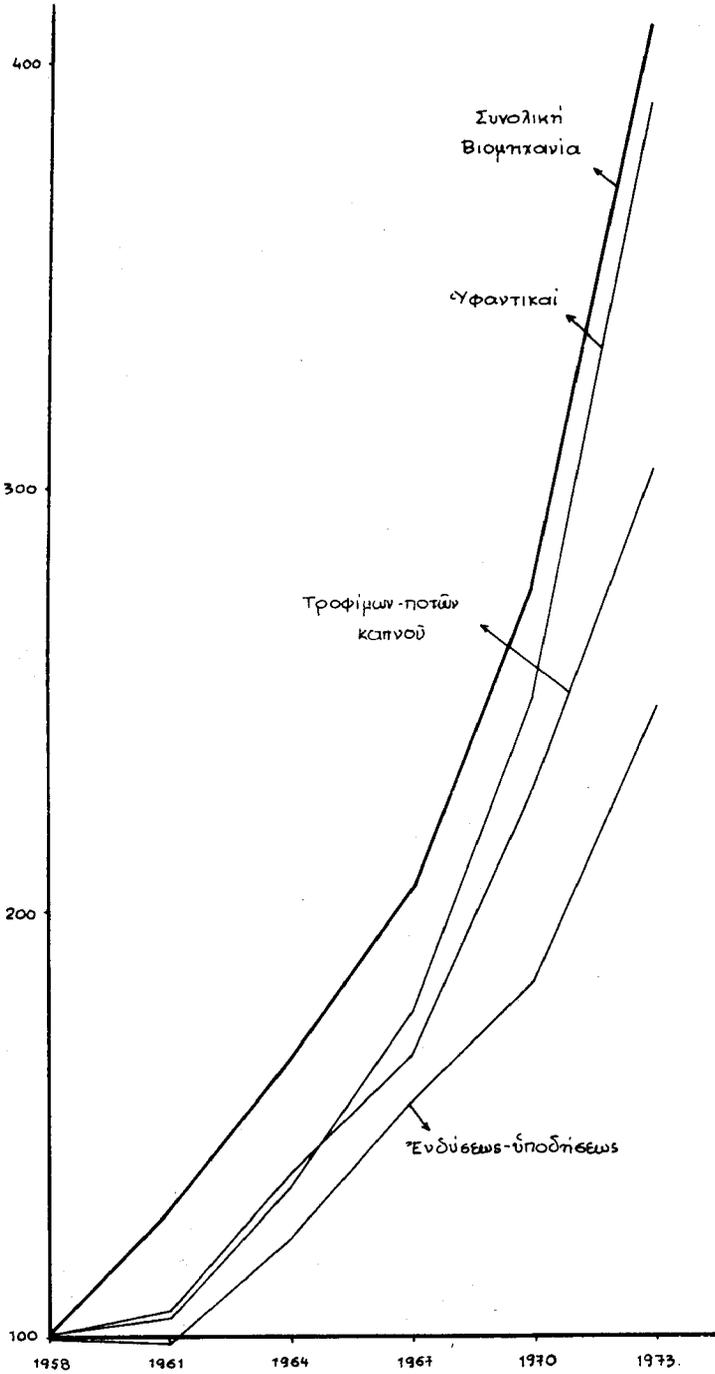
Δείκται αναδιαρθρώσεως τῶν κλάδων
τῆς ἑλληνικῆς βιομηχανίας περιόδου 1958-1973

		1 9 6 1	1 9 6 4	1 9 6 7	1 9 7 0	1 9 7 3
1.	Ὅρυχεῖα	0.91	0.86	0.83	0.86	0.87
2.	Μεταποιήσεις	0.93	0.93	0.99	1.03	1.02
	1. Τροφίμων-ποτῶν-καπνοῦ	0.82	0.83	0.82	0.76	0.74
	2. Ὑφαντικαί	0.84	0.82	0.87	0.86	0.95
	3. Ἐνδύσεως-ὑποδήσεως	0.77	0.74	0.76	0.63	0.59
	4. Εὐλοῦ-ἐπίπλων	0.96	0.99	1.13	1.08	1.04
	5. Χάρτου-ἐκδόσεων-ἐκτυπώσεων	0.98	1.04	1.13	0.99	0.89
	6. Χημικαί	1.25	1.28	1.73	2.10	2.35
	7. Μὴ μεταλλικῶν ὀρυκτῶν	0.96	1.09	1.11	1.25	1.17
	8. Βασικαί μεταλλουργικαί	1.36	1.41	3.49	7.17	6.45
	9. Ἀντικειμένων ἐκ μετάλλου	1.09	1.01	1.07	1.00	1.07
	10. Μεταφορικῶν μέσων	1.40	1.43	1.00	1.34	1.25
	11. Λοιπαί	1.00	0.95	0.91	0.93	0.89
3.	Ἐνέργεια	1.23	1.39	1.70	1.72	1.87
4.	Κατασκευαί	1.10	1.10	0.96	0.89	0.87
5.	Συνολικὴ βιομηχανία	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

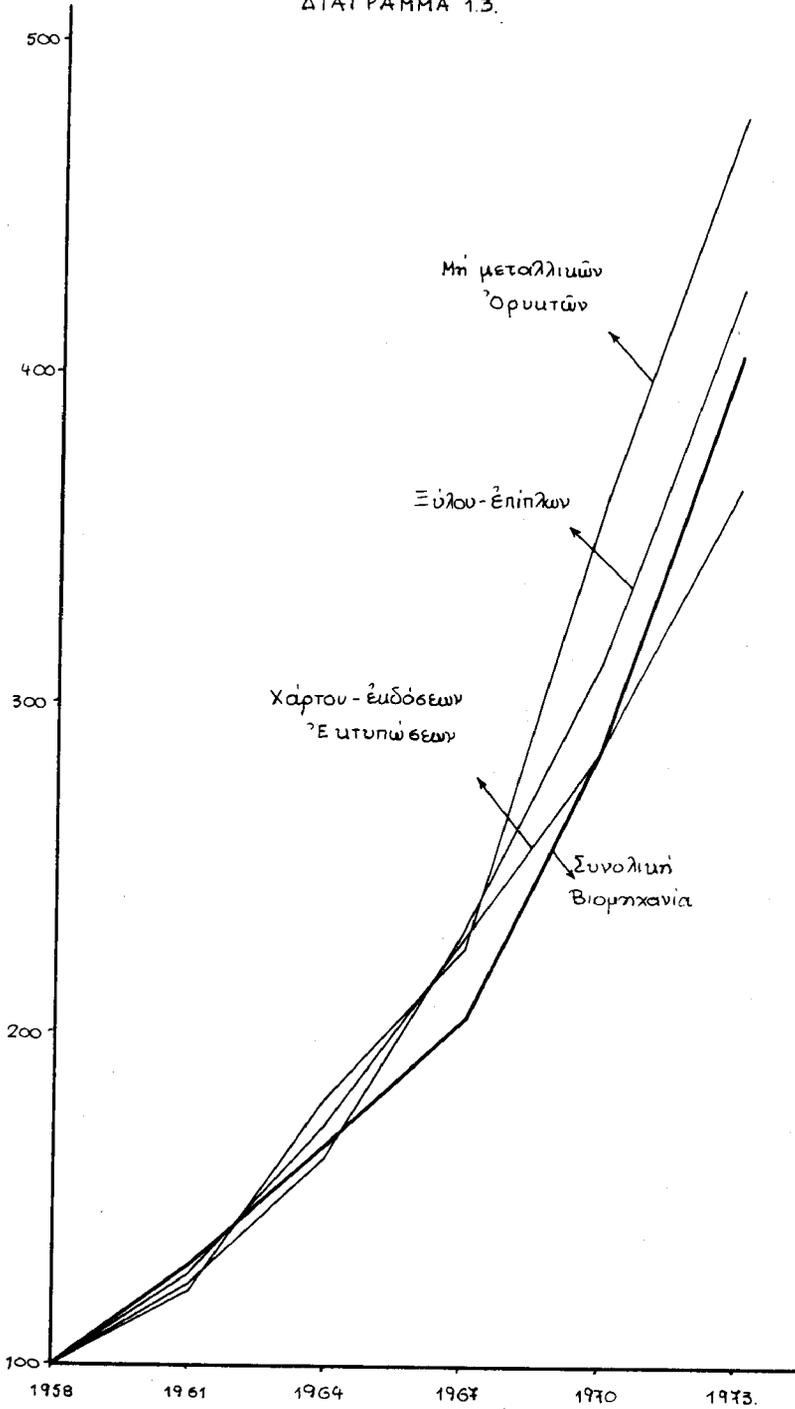
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1.1.



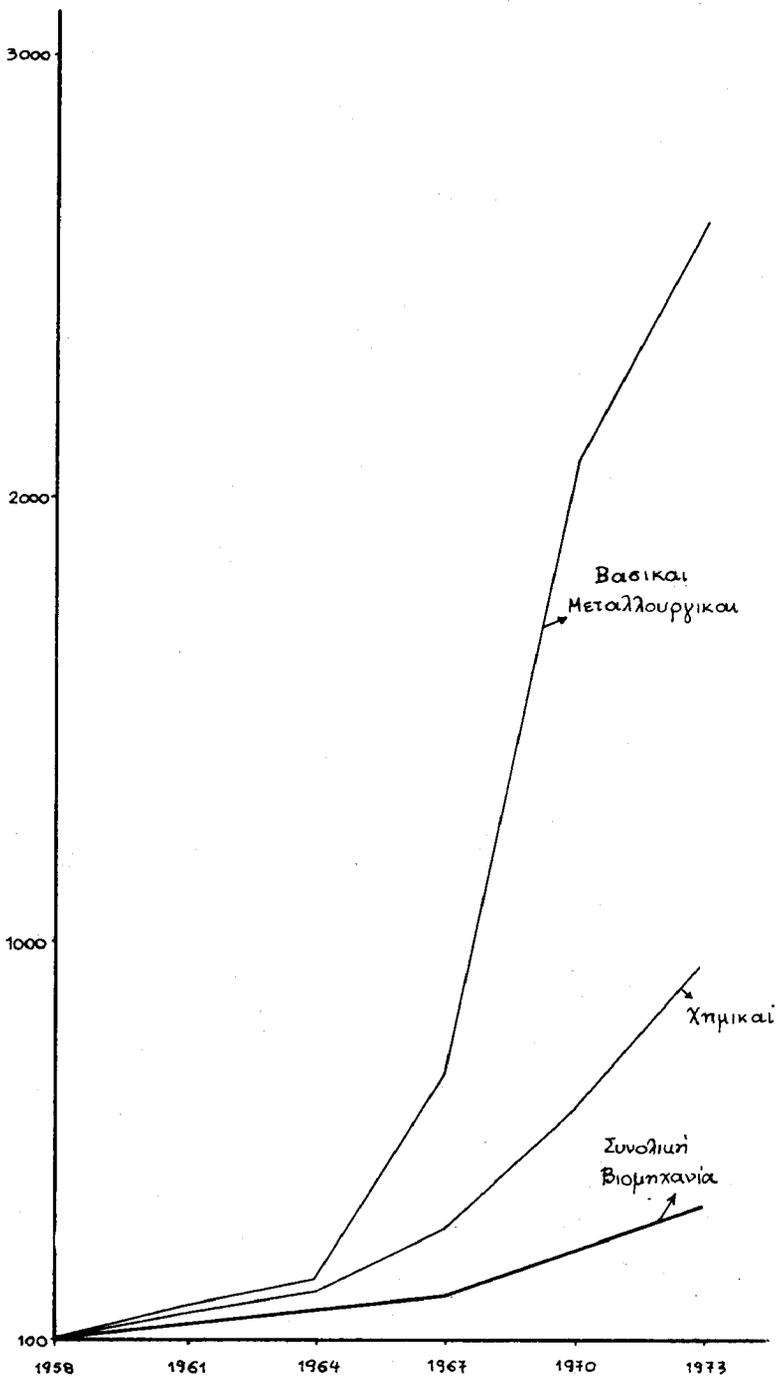
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 12.



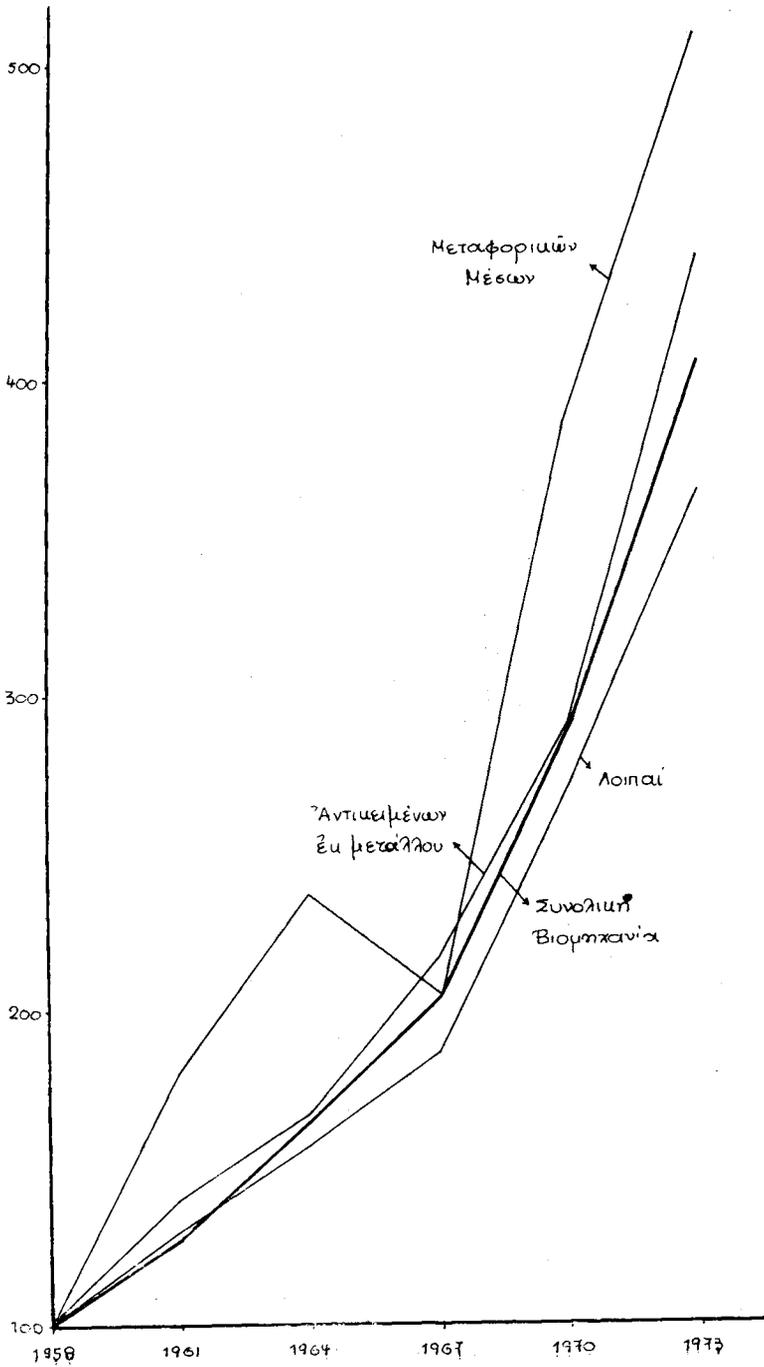
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 13.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1.4.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1.5.



Τέλος, εις τὸν πίνακα 1.3 ἀναγράφεται ἡ ποσοστιαία συμμετοχὴ ἐκά-
 ομῆως τῆς βιομηχανίας καὶ κλάδου τῆς μεταποιήσεως εἰς τὸ ἀκαθάρι-

Π Ι Ν Α Κ Ε 1.3

Ποσοστιαία συμμετοχὴ τῶν κλάδων εἰς τὸ ἀκαθάριστον
 ἐγχώριον προϊόν τῆς συνολικῆς βιομηχανίας

	1958	1961	1964	1967	1970	1973
1. Ὀρυχεῖα	5.09	4.65	4.40	4.25	4.37	4.45
2. Μεταποιήσις	59.22	55.46	55.34	58.67	60.84	60.65
1. Προφίμων-ποτῶν-καπνοῦ	14.54	12.02	12.16	11.90	11.51	10.84
2. Ὑφαντικαί	9.91	8.30	8.14	8.60	8.57	9.45
3. Ἐνδύσεως-ὑποδήσεως	9.01	6.92	6.68	6.89	5.71	5.37
4. Βύλου-ἐπίπλων	3.49	3.37	3.46	3.95	3.77	3.63
5. Χάρτου-ἐκδόσεων-ἐκτυπώσεων	2.81	2.75	2.94	3.18	2.80	2.51
6. Χημικαί	3.23	4.06	4.13	5.57	6.79	7.58
7. Μὴ μεταλλικῶν ὀρυκτῶν	3.70	3.57	4.05	4.11	4.61	4.32
8. Βασικαί μεταλλουργικαί	0.63	0.85	0.88	2.19	4.49	4.04
9. Ἀντικειμένων ἐκ μετάλλου	7.79	8.54	7.85	8.31	7.78	8.39
10. Μεταφορικῶν μέσων	2.39	3.35	3.41	2.39	3.20	2.98
11. Λοιπαί	1.72	1.73	1.64	1.58	1.61	1.54
3. Ἐνέργεια	3.70	4.54	5.14	6.28	6.36	6.93
4. Κατασκευαί	31.99	35.35	35.12	30.80	28.43	27.97
5. Συνολικὴ βιομη- χανία	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

στον ἐγχώριον προϊόν τῆς βιομηχανίας. Τὰ ποσοστὰ αὐτὰ διὰ τὰ ἀντίστοιχα
 ἔτη συγκρίσεως προκύπτουν ἐκ τοῦ ὑπολογισμοῦ τοῦ λόγου:

$$\frac{\text{Ἀκαθ. ἐγχώριον προϊόν τοῦ κλάδου}}{\text{Ἀκαθ. ἐγχώριον προϊόν συνολικῆς βιομηχανίας}} \cdot 100$$

1.2 ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΟΙ ΤΟΜΕΙΣ

1.2.1 Γενικά

Ἐκ τῶν τεσσάρων τομέων τῆς βιομηχανίας τὴν μεγαλύτεραν ἀνάπτυξιν
 παρουσιάζει ὁ τομεὺς τῆς ἐνεργείας, τοῦ ὁποῦ ὁ δείκτης οἰκονομικῆς ἐξελί-

ξεως εὐρίσκεται σημαντικῶς ὑπεράνω τοῦ δείκτου τῆς συνολικῆς βιομηχανίας. Ἐκ τῶν ὑπολοίπων τομέων, ὁ τομεὺς τῆς μεταποίησης ἀκολουθεῖ περίπου παράλληλον ἐξέλιξιν μὲ τὴν συνολικὴν βιομηχανίαν, ἐνῶ ὁ τομεὺς τῶν ὀρυχείων παρουσιάζει βραδυτέραν ἐξέλιξιν ἐκείνης τῆς συνολικῆς βιομηχανίας. Τέλος, ὁ τομεὺς τῶν κατασκευῶν παρουσιάζει ἐντονωτέραν ἀνάπτυξιν τῆς συνολικῆς βιομηχανίας κατὰ τὰ πρῶτα ἔτη, ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὰ ἐπόμενα ἔτη, κατὰ τὰ ὁποῖα ὁ ρυθμὸς ἐξελιξέως του εἶναι μικρότερος τοῦ ρυθμοῦ τῆς συνολικῆς βιομηχανίας.

Ἄναλυτικώτερον ἢ κατάστασις εἰς τοὺς τέσσαρας τομεῖς τῆς βιομηχανίας παρουσιάζεται ὡς κάτωθι :

1.2.2 Ὁ τομεὺς τῶν ὀρυχείων

Ὁ τομεὺς τῶν ὀρυχείων παρουσιάζει ταχύτητα ἐξελιξέως βραδυτέραν τῆς συνολικῆς βιομηχανίας. Καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς ἐξεταζομένης περιόδου ὁ δείκτης ἐξελιξέως τοῦ τομέως εἶναι μικρότερος τοῦ δείκτου τῆς συνολικῆς βιομηχανίας, μὲ ἀποτέλεσμα τὸ ποσοστὸν συμμετοχῆς αὐτοῦ εἰς τὸ ἀκαθάριστον ἐγχώριον προϊόν νὰ μειωθῇ ἀπὸ 5,09% τὸ 1958, εἰς 4,45% τὸ 1973. Ἡ διαθρομικὴ ἀπώλεια τὴν ὁποίαν παρουσιάζει ὁ τομεὺς καθίσταται ἐμφανῆς καὶ ἀπὸ τὴν παρακολούθησιν τοῦ δείκτου ἀναδιαρθρώσεως, ὁ ὁποῖος εἶναι μικρότερος τῆς μονάδος κατὰ τὴν ἐξεταζομένην περίοδον 1958-1973.

1.2.3 Ὁ τομεὺς τῆς μεταποίησης

Παράλληλον περίπου ἐξέλιξιν μὲ τὴν συνολικὴν βιομηχανίαν παρουσιάζει ὁ τομεὺς τῆς μεταποίησης. Ἔως τὸ ἔτος 1967, ἰδίᾳ ὁμοίως ἕως τὸ 1964, ὁ δείκτης ἐξελιξέως τοῦ τομέως εἶναι μικρότερος τοῦ δείκτου τῆς συνολικῆς βιομηχανίας, ἀποτέλεσμα τοῦ ὁποῖου εἶναι ἡ μείωσις τοῦ ποσοστοῦ συμμετοχῆς εἰς τὸ ἀκαθάριστον προϊόν ὡς πρὸς τὸ ἔτος βάσεως. Ἀπὸ τοῦ ἔτους 1968 ὁμοίως καὶ ἐντεῦθεν παρουσιάζει ρυθμὸν ἀναπτύξεως ἐλαφρῶς μεγαλύτερον τῆς συνολικῆς βιομηχανίας, διὰ νὰ ἀνέλθῃ τὸ ποσοστὸν συμμετοχῆς τοῦ τομέως εἰς ὑψηλότερον ἐπίπεδον τοῦ ἀντιστοίχου τοῦ ἔτους βάσεως. Ὁ δείκτης ἀναδιαρθρώσεως κινεῖται περίξ τῆς μονάδος μὲ μεγαλύτεραν ἀπόκλισιν κατὰ τὰ πρῶτα ἔτη τῆς ἐξεταζομένης περιόδου. Χαρακτηριστικὸν τοῦ τομέως εἶναι τὸ ὑψηλὸν ποσοστὸν συμμετοχῆς εἰς τὸ ἀκαθάριστον προϊόν τῆς βιομηχανίας, κυμαινόμενον περίξ τοῦ 60%.

1.2.4 Ὁ τομεὺς τῆς ἐνεργείας

Ἐν ἀντιθέσει πρὸς τοὺς ὑπολοίπους τομεῖς τῆς βιομηχανίας, ὁ τομεὺς

τῆς ἐνεργείας παροῦσιάζει ἔντονον ἀνάπτυξιν, ἡ ὁποία καθίσταται περισσότερο ἐμφανῆς κατὰ τὴν τελευταίαν τριετίαν. Ὁ δείκτης ἐξελίξεως τοῦ τομέως δεικνύει ὅτι ἡ συμβολή του εἰς τὸ ἀκαθάριστον προϊόν τῆς βιομηχανίας ὀκταπλασιάσθη περίπου ἐντὸς τῆς ἐξεταζομένης περιόδου. Ἡ ταχεῖα αὐτὴ ἐξέλιξις τοῦ τομέως συνετέλεσεν εἰς τὴν διεύρυσιν τοῦ ποσοστοῦ συμμετοχῆς του εἰς τὸ ἀκαθάριστον ἐγχώριον προϊόν τῆς βιομηχανίας ἀπὸ 3,70% κατὰ τὸ ἔτος βάσεως εἰς 6,93% κατὰ τὸ 1973. Ἡ ἔντονος τάσις ἀναδιαρθρώσεως τοῦ τομέως καταφαίνεται καὶ ἐκ τοῦ ἀντιστοίχου δείκτου, τοῦ ὁποίου ἡ τιμὴ αὐξάνει συνεχῶς καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς ἐξεταζομένης περιόδου διὰ νὰ ἀνέλθῃ τελικῶς εἰς 1,87% κατὰ τὸ 1973.

1.2.5 Ὁ τομεὺς τῶν κατασκευῶν

Τέλος, ὁ τομεὺς τῶν κατασκευῶν παρουσιάζει ἐξέλιξιν ἀντίστροφον τῆς ἐξελίξεως τῆς μεταποιήσεως. Κατὰ τὰ πρῶτα ἔτη τῆς ἐξεταζομένης περιόδου ὁ δείκτης ἐξελίξεως τῶν κατασκευῶν εἶναι μεγαλύτερος τοῦ δείκτου τῆς συνολικῆς βιομηχανίας, ἐνῶ κατέρχεται κάτωθεν αὐτοῦ κατὰ τὴν τριετίαν 1964-1967 καὶ ἐντεῦθεν. Τὸ ποσοστὸν συμμετοχῆς τοῦ τομέως εἰς τὸ ἀκαθάριστον προϊόν τῆς βιομηχανίας ἐνῶ κατὰ τὸ 1961 εἶχε ἀνέλθῃ εἰς 35,35% κατέρχεται τὸ 1973 εἰς 27,97%, ἐναντι 32% κατὰ τὸ ἔτος βάσεως. Ὁ δείκτης ἀναδιαρθρώσεως παροῦσιάζει συνεχῆ μειώσιν, διὰ νὰ φθάσῃ τελικῶς εἰς τὸ 0,87% κατὰ τὸ τέλος τῆς ἐξεταζομένης περιόδου ἐναντι 1,10% εἰς τὴν ἀρχὴν αὐτῆς.

1.3 ΚΛΑΔΟΙ ΜΕΤΑΠΟΙΗΣΕΩΣ

1.3.1 Γενικά

Ἀπὸ τοὺς κλάδους τῆς μεταποιήσεως ἐντονωτέραν ἐξέλιξιν παροῦσιάζει ὁ κλάδος τῶν βασικῶν μεταλλουργικῶν προϊόντων, ἀκολουθούμενος ἀπὸ τοὺς κλάδους τῶν χημικῶν βιομηχανιῶν καὶ τῶν μεταφορικῶν μέσων. Ἀπὸ ἀπόψεως ποσοστοῦ συμμετοχῆς εἰς τὸ ἀκαθάριστον ἐγχώριον προϊόν τῆς βιομηχανίας μεγαλύτεραν συμμετοχὴν παροῦσιάζουν οἱ κλάδοι τροφίμων - ποτῶν - καπνοῦ, ὑφαντικῶν, ἀντικειμένων ἐκ μετάλλου καὶ χημικῶν βιομηχανιῶν. Ἀναλυτικώτερον κατὰ κλάδους δυνάμεθα νὰ παρατηρήσωμεν ἐκ τῶν πινάκων 1.1, 1.2, 1.3 καὶ ἐκ τῶν διαγραμμάτων 1.2, 1.3, 1.4 καὶ 1.5 τὰ κάτωθι:

1.3.2 Ὁ κλάδος τροφίμων - ποτῶν - καπνοῦ

Ὁ κλάδος οὗτος παροῦσιάζει καθ' ὅλην τὴν ἐξεταζομένην περίοδον δεί-

κτην ἐξελίξεως μικρότερον τοῦ δείκτου τῆς συνολικῆς βιομηχανίας, ἀξανομένης συνεχῶς τῆς διαφορᾶς του ἀπὸ αὐτόν. Τοῦτο καθίσταται περισσότερο ἐμφανές ἐκ τῆς παρατηρήσεως τοῦ δείκτου ἀναδιαρθρώσεως, ὁ ὁποῖος ἀπὸ 0,82% μειώνεται εἰς 0,74% κατὰ τὸ ἔτος 1973. Ἐπίσης καὶ τὸ ποσοστὸν συμμετοχῆς τοῦ κλάδου εἰς τὸ ἀκαθάριστον ἐγχώριον προῖον τῆς βιομηχανίας παρουσιάζει σημαντικὴν μείωσιν κατερχόμενον εἰς 10,84% κατὰ τὸ τέλος τῆς περιόδου ἔναντι 14,54% κατὰ τὸ ἔτος βάσεως. Πάντως ἀξιοσημείωτον εἶναι τὸ γεγονός ὅτι τὸ ποσοστὸν τοῦτο εἶναι τὸ μεγαλύτερον ἐξ ὅλων τῶν κλάδων τῆς μεταποιήσεως.

1.3.3 Ὁ κλάδος ὑφαντικῶν

Μικρότερον δείκτην ἐξελίξεως, τοῦ δείκτου πάντοτε τῆς συνολικῆς βιομηχανίας, παρουσιάζει κατὰ τὴν ἐξεταζομένην περίοδον καὶ ὁ κλάδος τῶν ὑφαντικῶν βιομηχανιῶν. Κατὰ τὴν τελευταίαν ὅμως τριετίαν ὁ ρυθμὸς ἀναπτύξεως τοῦ κλάδου αὐξάνει, καθὼς ἐμφαίνεται καὶ ἐκ τοῦ δείκτου ἀναδιαρθρώσεως, ὁ ὁποῖος πλησιάζει πρὸς τὴν μονάδα (0,95). Τοῦτο εἶχεν ὡς ἀποτέλεσμα τὴν αὐξήσιν τοῦ ποσοστοῦ συμμετοχῆς τοῦ κλάδου εἰς τὸ ἀκαθάριστον προῖον τῆς βιομηχανίας, εἰς 9,45% κατὰ τὸ 1973 ἔναντι 8,14% κατὰ τὸ 1964, προσεγγίζον οὕτω τὸ ποσοστὸν τοῦ ἔτους βάσεως.

1.3.4 Ὁ κλάδος ἐνδύσεως - ὑποδήσεως

Τὴν βραδυτέραν ἐξέλιξιν ἐξ ὅλων τῶν κλάδων τῆς μεταποιητικῆς βιομηχανίας παρουσιάζει ὁ κλάδος ἐνδύσεως - ὑποδήσεως. Ἀπὸ ἀπόψεως ποσοστοῦ συμμετοχῆς εἰς τὸ ἀκαθάριστον προῖον, ἐνῶ κατὰ τὰ πρῶτα ἔτη κατεῖχε μίαν τῶν σπουδαιότερων θέσεων εἰς τὸν τομέα τῆς μεταποιήσεως, παρουσιάζει ἔντονον συστολὴν ἀπὸ 9% εἰς 5,37%. Ἡ ἔντονος συστολὴ τοῦ κλάδου γίνεται ἀντιληπτὴ καὶ ἐκ τῆς παρατηρήσεως τοῦ δείκτου ἀναδιαρθρώσεως, ὁ ὁποῖος κατὰ τὸ ἔτος 1973 παρουσιάζει τὴν μικρότεραν τιμὴν ἐξ ὅλων τῶν κλάδων τῆς μεταποιήσεως (0,59).

1.3.5 Ὁ κλάδος ξύλου - ἐπίπλων

Ὁ κλάδος ξύλου καὶ ἐπίπλων παρουσιάζει ἕως τὸ ἔτος 1964 βραδυτέραν ἐξέλιξιν, ἐν σχέσει πρὸς τὴν συνολικὴν βιομηχανίαν, καθισταμένης ὅμως ταχύτερας ἀπὸ τοῦ ὡς ἄνω ἔτους καὶ ἐντεῦθεν. Ὁ δείκτης ἀναδιαρθρώσεως, κυμαινόμενος πέριξ τῆς μονάδος, παρουσιάζει μεγαλύτεραν ἀπόκλισιν κατὰ τὴν τριετίαν 1965-1967. Τὸ ποσοστὸν συμμετοχῆς τοῦ κλάδου εἰς τὸ ἀκαθάριστον

προϊόν τῆς βιομηχανίας παρουσιάζει ἀνώμαλον ἐξέλιξιν, αὐξομειούμενον μεταξὺ τοῦ 3,4% καὶ τοῦ 4% κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ἐξεταζομένης περιόδου.

1.3.6 Ὁ κλάδος χάρτου - ἐκδόσεων - ἐκτυπώσεων

Κατὰ τὴν πρώτην τριετίαν τῆς ἐξεταζομένης περιόδου ὁ κλάδος οὗτος παρουσιάζει δείκτην ἐξελίξεως ἐλαφρῶς μικρότερον τοῦ δείκτου τῆς συνολικῆς βιομηχανίας, ἐνῶ κατὰ τὴν τελευταίαν τριετίαν ἡ διαφορὰ αὐτὴ καθίσταται περισσότερο ἐμφανῆς. Κατὰ τὰ λοιπὰ ἔτη τῆς περιόδου ὁ δείκτης ἐξελίξεως εἶναι μεγαλύτερος τοῦ ἀντιστοίχου τῆς συνολικῆς βιομηχανίας. Ὁ δείκτης ἀναδιαρθρώσεως αὐξάνει συνεχῶς μέχρι τὸ 1967 (1,13), ἐνῶ κατὰ τὰ ἐπόμενα ἔτη κατέρχεται μέχρι τοῦ 0,89. Ἐπίσης καὶ τὸ ποσοστὸν συμμετοχῆς τοῦ κλάδου εἰς τὸ ἀκαθάριστον ἐγχώριον προϊόν ἐνῶ κατὰ τὸ ἔτος 1967 ἀνέρχεται εἰς 3,18%, μειοῦται κατὰ τὰ ἐπόμενα ἔτη μέχρι τῆς τιμῆς τοῦ 2,51% κατὰ τὸ 1973.

1.3.7 Ὁ κλάδος χημικῶν βιομηχανιῶν

Ὡς ἀνεφέρθη καὶ ἀνωτέρω ὁ κλάδος τῶν χημικῶν βιομηχανιῶν παρουσιάζει ἔντονον ἀνάπτυξιν κατὰ τὴν ἐξεταζομένην περίοδον. Τὸ ἀκαθάριστον προϊόν τοῦ κλάδου κατὰ τὸ 1973 δεκαπλασιάσθη περίπου ἐν σχέσει πρὸς τὸ ἔτος βάσεως, καθὼς γίνεται ἀντιληπτὸν ἐκ τῆς ὑψηλῆς τιμῆς τοῦ δείκτου ἐξελίξεως (958,8). Ὁ ἀντίστοιχος δείκτης ἀναδιαρθρώσεως καθ' ὅλην τὴν περίοδον 1958-1973 εἶναι σημαντικῶς μεγαλύτερος τῆς μονάδος, αὐξανόμενος συνεχῶς διὰ νὰ ἀνέλθῃ τελικῶς εἰς 2,35 κατὰ τὸ τέλος τῆς ὡς ἄνω περιόδου. Τοῦτο ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα τὴν σημαντικὴν αὐξήσιν τοῦ ποσοστοῦ συμμετοχῆς τοῦ κλάδου εἰς τὸ ἀκαθάριστον προϊόν τῆς βιομηχανίας ἀπὸ 3,23% κατὰ τὸ ἔτος βάσεως εἰς 7,58% κατὰ τὸ 1973. Ἐκ τῆς παρακολουθήσεως τοῦ δείκτου ἐξελίξεως παρατηρεῖται ἔντονος ἀνάπτυξις τοῦ κλάδου κυρίως κατὰ τὴν περίοδον 1965-1973.

1.3.8 Ὁ κλάδος μὴ μεταλλικῶν ὀρυκτῶν

Ὁ κλάδος μὴ μεταλλικῶν ὀρυκτῶν, πλὴν τῆς πρώτης τριετίας, παρουσιάζει ἐντονωτέραν ἐξέλιξιν τῆς συνολικῆς βιομηχανίας, ἰδίᾳ κατὰ τὴν τελευταίαν ἔξαετίαν τῆς ἐξεταζομένης περιόδου. Ὁ δείκτης ἀναδιαρθρώσεως τοῦ κλάδου εἶναι ἀρκετὰ μεγαλύτερος τῆς μονάδος, ἐνῶ τὸ ποσοστὸν συμμετοχῆς του εἰς τὸ ἀκαθάριστον προϊόν αὐξάνει ἀπὸ 3,70% κατὰ τὸ ἔτος βάσεως εἰς 4,32% κατὰ τὸ 1973.

1.3.9 Ὁ κλάδος βασικῶν μεταλλουργικῶν προϊόντων

Ὅπως καθίσταται φανερόν ἐκ τῆς παρατηρήσεως τοῦ πίνακος 1.1 καὶ τοῦ διαγράμματος 1.4, ὁ κλάδος τῶν βασικῶν μεταλλουργικῶν προϊόντων παρουσιάζει τὴν ταχύτεραν ἐξέλιξιν ἐξ ὄλων τῶν κλάδων τῆς μεταποίησης, καθ' ὅσον ὁ δείκτης ἐξελίξεως ἀνέρχεται κατὰ τὸ 1973 εἰς ἀσυνήθως ὑψηλὸν ἐπίπεδον (2.635). Ὁ κλάδος παρουσιάζει σχετικῶς βραδεῖαν ἐξέλιξιν κατὰ τὰ πρῶτα ἔτη τῆς ἐξεταζομένης περιόδου, ἐνῶ κατὰ τὴν τριετίαν 1968-1970 ἡ ἄνοδος εἶναι ἐξαιρετικῶς ἀπότομος, ἀνερχομένου τοῦ δείκτου ἐξελίξεως ἀπὸ 710,3 εἰς 2.078,9. Ἡ ἔντονος ἀναδιάρθρωσις τὴν ὁποίαν παρουσιάζει ὁ κλάδος γίνεται ἐμφανῆ καὶ ἐκ τῆς παρατηρήσεως τοῦ δείκτου ἀναδιαρθρώσεως καὶ τοῦ ποσοστοῦ συμμετοχῆς εἰς τὸ ἀκαθάριστον προϊόν τῆς βιομηχανίας, τὸ ὁποῖον ἀπὸ 0,63% ἀνέρχεται εἰς 4,04%. Ὁ δείκτης ἀναδιαρθρώσεως, ὁ μεγαλύτερος ἐξ ὄλων τῶν ἄλλων, παρουσιάζει τὴν μεγαλύτεραν τιμὴν κατὰ τὸ 1970 (7,17), διὰ νὰ μειωθῇ ὀλίγον κατὰ τὴν τελευταίαν τριετίαν (6,45).

1.3.10 Ὁ κλάδος ἀντικειμένων ἐκ μετάλλου

Ὁ κλάδος τῶν βιομηχανιῶν κατασκευῆς ἀντικειμένων ἐκ μετάλλου παρουσιάζει παράλληλον περίπου ἐξέλιξιν πρὸς τὴν συνολικὴν βιομηχανίαν. Ὁ δείκτης ἐξελίξεως τοῦ κλάδου εἶναι ὁ αὐτὸς μὲ τὸν ἀντίστοιχον τῆς συνολικῆς βιομηχανίας κατὰ τὰς περιόδους 1962-1964 καὶ 1968-1970, διὰ νὰ σημειώσῃ μικρὰ ἄλλατα ὑπεράνω αὐτοῦ κατὰ τὰς ὑπολοίπους περιόδους. Τὴν ἐξέλιξιν αὐτὴν ἀντικατοπτρίζει καὶ ὁ δείκτης ἀναδιαρθρώσεως, ὁ ὁποῖος λαμβάνει τιμὰς ἴσας ἢ μεγαλύτερας τῆς μονάδος. Μικραὶ ἀξομειώσεις παρατηροῦνται καὶ εἰς τὸ ποσοστὸν συμμετοχῆς τοῦ κλάδου εἰς τὸ ἀκαθάριστον προϊόν τῆς βιομηχανίας, τὸ ὁποῖον λόγῳ τῆς ἀρκετὰ ὑψηλῆς τιμῆς του κατατάσσει τὸν κλάδον ἐκ τῆς ἀπόψεως ταύτης εἰς τὴν τρίτην θέσιν μεταξὺ τῶν κλάδων τῆς μεταποίησης.

1.3.11 Ὁ κλάδος μεταφορικῶν μέσων

Χαρακτηριστικὸν τοῦ κλάδου τῶν βιομηχανιῶν κατασκευῆς μεταφορικῶν μέσων ἀποτελεῖ ἡ συστολὴ τὴν ὁποίαν παρουσιάζει ὁ κλάδος κατὰ τὴν περίοδον 1965-1967, ὀφειλομένην εἰς τὴν ἀπότομον μείωσιν τοῦ ἀκαθαρίστου προϊόντος τοῦ κλάδου κατὰ τὸ ἔτος 1967. Κατὰ τὴν ὡς ἄνω περίοδον ὁ δείκτης ἐξελίξεως, ὁ ὁποῖος ἦτο ἀρκετὰ μεγαλύτερος τοῦ ἀντιστοίχου δείκτου τῆς συνολικῆς βιομηχανίας, κατέρχεται εἰς τὸ ἐπίπεδον τοῦ δείκτου αὐτῆς, διὰ νὰ παρουσιάσῃ καὶ πάλιν κατὰ τὰς ἐπομένους περιόδους σημαντικὴν ἄνοδον, ἰδίᾳ κατὰ

τά έτη 1968-1970. Ο δείκτης αναδιαρθρώσεως είναι αρκετά μεγαλύτερος τής μονάδος, κυρίως έως τò έτος 1964. Τò ποσοστόν συμμετοχής τού κλάδου εις τò ακαθάριστον προϊόν τής βιομηχανίας αύξομειούται περίξ τού 3% κατά την διάρκειαν τής εξεταζομένης περιόδου.

1.3.12 Ο κλάδος τών λοιπών βιομηχανιών

Τέλος, παράλληλον ανάπτυξιν, με δείκτην εξελίξεως ελαφρώς χαμηλότερον τού δείκτου τής συνολικής βιομηχανίας, παρουσιάζει ó κλάδος τών λοιπών βιομηχανιών. Τοúτο καθίσταται έμφανές και εκ τής παρατηρήσεως τού δείκτου αναδιαρθρώσεως, ó όποίος παρουσιάζει τιμάς κειμένας πλησίον τού 0,9. Τò ποσοστόν συμμετοχής τού κλάδου εις τò ακαθάριστον έγχώριον προϊόν τής βιομηχανίας μειούται από 1,72% κατά τò 1958 εις 1,54% κατά τò 1973.

1.4 ΓΕΝΙΚΑΙ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Ός έμφαίνεται εκ τών άνωτέρω εκτιθεμένων και κυρίως εκ τού πίνακος 1.2 τών δεικτών αναδιαρθρώσεως, δυνάμεθα νά κατατάξωμεν τούς τέσσαρας τομείς τής βιομηχανίας και τούς ένδεκα κλάδους τής μεταποιήσεως εις τρεΐς κατηγορίας.

Εις την πρώτην κατηγορίαν τοποθετούμεν τούς κλάδους εκείνους, οί όποιοι έχουν δείκτην αναδιαρθρώσεως μεγαλύτερον τής μονάδος κατά την εξεταζομένην περίοδον 1958-1973. Έπί τή βάσει τού κριτηρίου αύτου εις την πρώτην ομάδα ανήκουν εκ τών τομέων τής βιομηχανίας ó τομεύς τής ενεργείας και εκ τών κλάδων τής μεταποιήσεως οί αντίστοιχοι τών χημικών βιομηχανιών, μη μεταλλικών όρυκτών, βασικών μεταλλουργικών προϊόντων, αντικειμένων εκ μετάλλου και μεταφορικών μέσων.

Εις την δευτέραν κατηγορίαν έντάσσομεν τούς κλάδους εκείνους οί όποιοι παρουσιάζουν δείκτην αναδιαρθρώσεως μικρότερον τής μονάδος. Ούτω, εις την κατηγορίαν αύτην ανήκουν ó τομεύς τών όρυχείων και οί κλάδοι τών βιομηχανιών τροφίμων - ποτών - καπνού, ύφαντουργίας, ένδύσεως - ύποδήσεως και ó μεικτός κλάδος τών λοιπών βιομηχανιών.

Εις την τρίτην τέλος κατηγορίαν περιλαμβάνονται οί κλάδοι εκείνοι τών όποίων οί δείκται αναδιαρθρώσεως κινούνται περίξ τής μονάδος, δηλαδή οί κλάδοι εκείνοι οί όποιοι παρουσιάζουν δείκτην οικονομικής εξελίξεως άλλοτε μεγαλύτερον και άλλοτε μικρότερον τού δείκτου τής συνολικής βιομηχανίας κατά την διάρκειαν τής εξεταζομένης περιόδου. Ούτω, εις την κατηγορίαν αύτην ανήκουν οί τομείς τής μεταποιήσεως και τών κατασκευών και οί κλάδοι τών βιομηχανιών ξύλου - επίπλων και χάρτου - εκδόσεων - εκτυπώσεων,

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΙΣ ΤΟΥ GNP ΤΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΟΔΟΝ 1960-1973

2.1 ΓΕΝΙΚΑ

Εἰς τὸ δευτέρον μέρος τῆς παρούσης ἐργασίας θὰ παρουσιάσωμεν τὴν δια-
χρονικὴν ἐξέλιξιν τοῦ ἀκαθαρίστου ἐγχωρίου προϊόντος (GNP) τῶν τεσσάρων
τομέων τῆς βιομηχανίας καὶ τῶν ἑνδεκα κλάδων τῆς μεταποιήσεως κατὰ τὴν
χρονικὴν περίοδον 1960-1973, ὑπολογίζοντες τὴν εὐθεῖαν τάσεως ἐκάστης
χρονολογικῆς σειρᾶς.

Ὡς χρονολογικὴ σειρὰ² ὀρίζεται ἓνα σύνολον ἐκ n παρατηρήσεων τῆς
μορφῆς (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, n$, εἰς τὸ ὅποῖον ἡ ἀνεξάρτητος μεταβλητὴ x
ἀναφέρεται εἰς τὸν χρόνον. Αἱ συνιστώσαι μιᾶς χρονολογικῆς σειρᾶς διακρίνον-
ται εἰς δύο κατηγορίας: α) τὰς συστηματικὰς, τὰς ὁποίας δυνάμεθα νὰ προσ-
διορίσωμεν καὶ νὰ ὑπολογίσωμεν καὶ β) τὰς τυχαίας, αἱ ὁποῖαι δὲν δύνανται νὰ
ὑπολογισθοῦν. Εἰς τὰς συστηματικὰς συνιστώσας ἀνήκουν αἱ κυκλικαὶ κυμάν-
σεις, αἱ ἐποχιακαὶ κυμάνσεις καὶ ἡ τάσις. Τάσις εἶναι ἡ σταθερὰ μεταβολὴ τῆς
χρονολογικῆς σειρᾶς καὶ δι' αὐτῆς ἀπεικονίζεται ἡ διαχρονικὴ ἐξέλιξις τοῦ ἐ-
ξεταζομένου φαινομένου.

Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς τάσεως ἐπιτυγχάνεται διὰ διαφόρων μεθόδων, σπου-
δαιότεραι τῶν ὁποίων εἶναι ἡ μέθοδος τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων, τοῦ ἡμι-
μέσου, τῶν κινητῶν μέσων κλπ. Ἡ μέθοδος ἡ ὁποία θὰ χρησιμοποιηθῆ εἰς τὸ
τμῆμα αὐτὸ τῆς παρούσης ἐργασίας εἶναι ἡ τοῦ ἡμιμέσου ἢ τῶν μέσων ση-
μείων³, εἰς περιγραφὴν τῆς ὁποίας προβαίνομεν, ἐν ὀλίγοις, ἀμέσως κατωτέρω.

Συμφώνως πρὸς τὴν μέθοδον ταύτην αἱ παρατηρήσεις ἐκάστης χρονολο-
γικῆς σειρᾶς χωρίζονται εἰς δύο συνήθως ἴσας ομάδας καὶ ὑπολογίζεται ὁ μέ-
σος ἐκάστης ἐξ αὐτῶν. Ἐὰν μ_1 καὶ μ_2 εἶναι οἱ δύο μέσοι, ἀντιστοιχίζοντες τού-
τους εἰς τοὺς μέσους x_i καὶ x_j τῶν δύο περιόδων τῆς χρονολογικῆς σειρᾶς,
λαμβάνομεν τὰ σημεῖα (x_i, μ_1) καὶ (x_j, μ_2) . Ἡ εὐθεῖα ἥτις συνδέει τὰ δύο

2. Δημητρίου Παπαμιχαήλ, Μαθήματα Στατιστικῆς, Ἀθῆναι 1967, σ. 148.

3. Ἰωάννου Λιάκη, Μαθήματα Στατιστικῆς, Τεύχος II, Θεσσαλονίκη 1976, σ. 378.

σημεῖα, παριστᾶ τὴν εὐθεῖαν τάσεως τοῦ ἐξεταζομένου φαινομένου. Ἡ ἐξίσωσις τῆς εὐθείας αὐτῆς δύναται νὰ ὑπολογισθῇ ὡς ἑξῆς: Ἐκ τῶν δύο ἀνωτέρω σημείων λαμβάνομεν τὰς σχέσεις

$$\mu_1 = \alpha + \beta x_i$$

$$\mu_2 = \alpha + \beta x_j$$

Ἐκ τῆς λύσεως τοῦ συστήματος τῶν δύο ἀνωτέρω ἐξισώσεων ὑπολογίζονται αἱ τιμαὶ τῶν α καὶ β , αἱ ὁποῖαι ἔστω ὅτι εἶναι α' καὶ β' ἀντιστοίχως. Τὰς τιμὰς αὐτὰς ἀντικαθιστῶμεν εἰς τὴν γενικὴν ἐξίσωσιν τῆς εὐθείας καὶ ἔχομεν:

$$\hat{y} = \alpha' + \beta' x$$

Ἡ εὐθεῖα αὕτη ἀποτελεῖ ἐκτίμησιν τῆς τάσεως τοῦ ἐξεταζομένου φαινομένου καὶ δι' αὐτῆς δι' ἑκάστην τιμὴν τῆς ἀνεξαρτήτου μεταβλητῆς x λαμβάνομεν ἀντιστοίχως ἐκτιμήσεις τῆς y .

Ἡ ἐφαρμογὴ τῆς μεθόδου αὐτῆς μᾶς δίδει τὰς κατωτέρω ὑπολογιζομένας καὶ παρουσιαζομένας διαγραμματικῶς εὐθείας τάσεως τοῦ ἀκαθαρίστου ἐγχωρίου προϊόντος, ἐκάστου τῶν ἐξεταζομένων τομέων καὶ κλάδων τῆς βιομηχανίας.

2.2 ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΟΙ ΤΟΜΕΙΣ

2.2.1 Όρυχεύα

Π Ι Ν Α Κ 2.1

Έτος	X	Y	
1960	0	1571	
1	1	1668	
2	2	1699	
3	3	1877	1933.5
4	4	2029	
5	5	2278	
6	6	2413	
7	7	2414	
8	8	2932	
9	9	3327	
1970	10	3541	3688.8
1	11	4031	
2	12	4495	
3	13	5082	

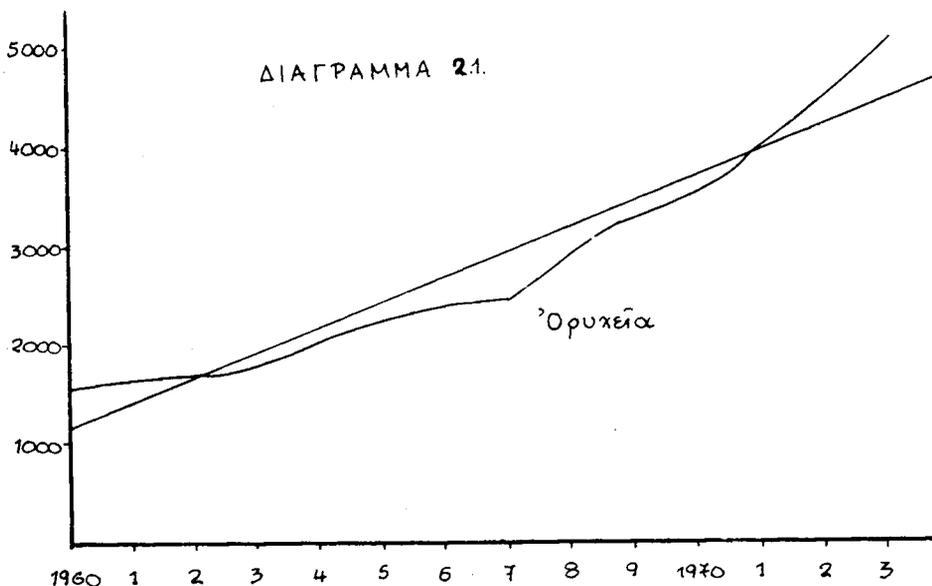
$$\alpha + 3\beta = 1933.5$$

$$\alpha + 10\beta = 3688.8$$

$$\alpha = 1181.2$$

$$\beta = 250.7$$

$$\hat{Y} = 1181.2 + 250.7 X$$



2.2.2 Μεταποίησης

ΠΙΝΑΚ 2.2

Έτος	X	Y	
1960	0	18430	
1	1	19886	
2	2	20934	
3	3	22661	23752.3
4	4	25537	
5	5	28146	
6	6	30672	
7	7	33346	
8	8	37208	
9	9	42637	
1970	10	49266	49309.0
1	11	54586	
2	12	58892	
3	13	69228	

$$\alpha + 3\beta = 23752.3$$

$$\alpha + 10\beta = 49309.0$$

$$\alpha = 12799.4$$

$$\beta = 3651.0$$

$$\hat{Y} = 12799.4 + 3651 X$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.2.



2.2.3 Ένεργεια

ΠΙΝΑΚ 2.3

Έτος	X	Y	
1960	0	1358	
1	1	1628	
2	2	1753	
3	3	2082	2156.5
4	4	2373	
5	5	2680	
6	6	3222	
7	7	3567	
8	8	3754	
9	9	4498	
1970	10	5152	5392.3
1	11	5874	
2	12	6988	
3	13	7913	

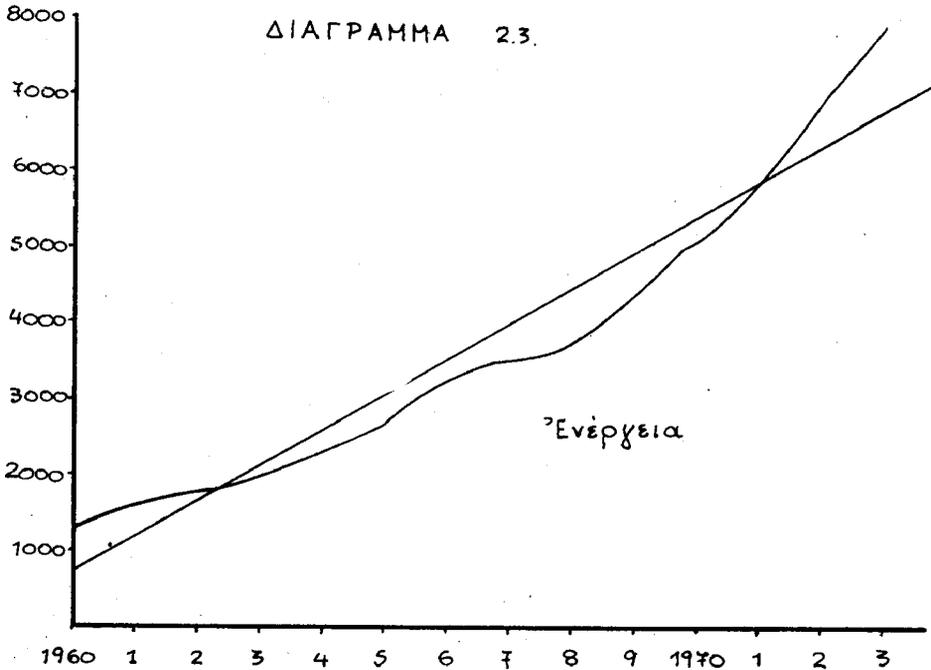
$$\alpha + 3\beta = 2156.5$$

$$\alpha + 10\beta = 5392.3$$

$$\alpha = 769.7$$

$$\beta = 462.2$$

$$\hat{Y} = 769.7 + 462.2 X$$



2.2.4 Κατασκευαί

ΠΙΝΑΚ 2.4

Έτος	X	Y	
1960	0	12047	
1	1	12676	
2	2	13118	
3	3	13758	14759.1
4	4	16208	
5	5	17943	
6	6	17564	
7	7	17507	
8	8	21545	
9	9	24474	
1970	10	23017	25132.8
1	11	26274	
2	12	31179	
3	13	31931	

$$\alpha + 3\beta = 14759.1$$

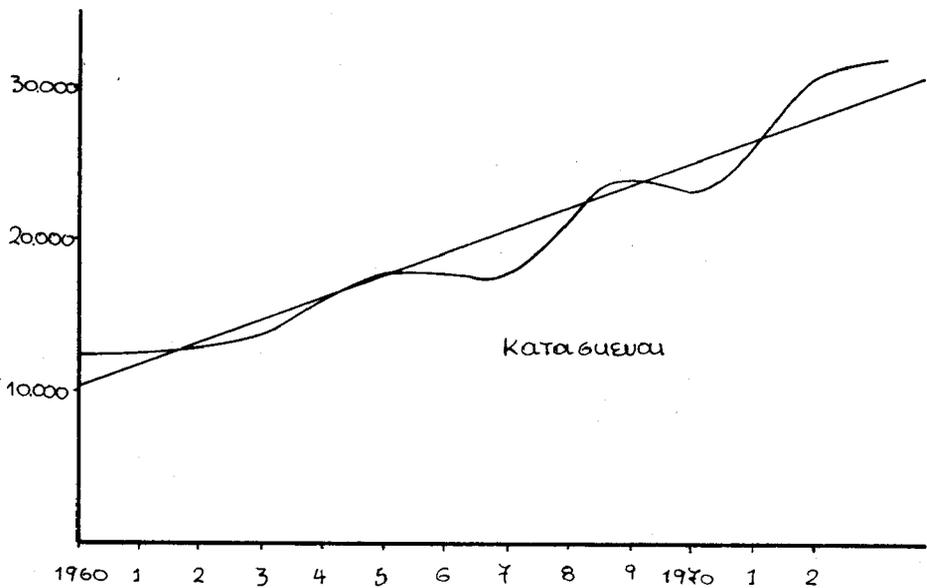
$$\alpha + 10\beta = 25132.8$$

$$\alpha = 10313.2$$

$$\beta = 1482.0$$

$$\hat{Y} = 10313.2 + 1482 X$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.4.



2.3 ΚΛΑΔΟΙ ΜΕΤΑΠΟΙΗΣΕΩΣ

2.3.1 Τροφίμων-ποτών-καπνού

ΠΙΝΑΞ 2.5

Έτος	X	Y	
1960	0	4119	
1	1	4310	
2	2	4346	
3	3	5052	5174.7
4	4	5610	
5	5	6030	
6	6	6756	
7	7	6763	
8	8	7569	
9	9	8085	
1970	10	9317	9346.3
1	11	10312	
2	12	11008	
3	13	12370	

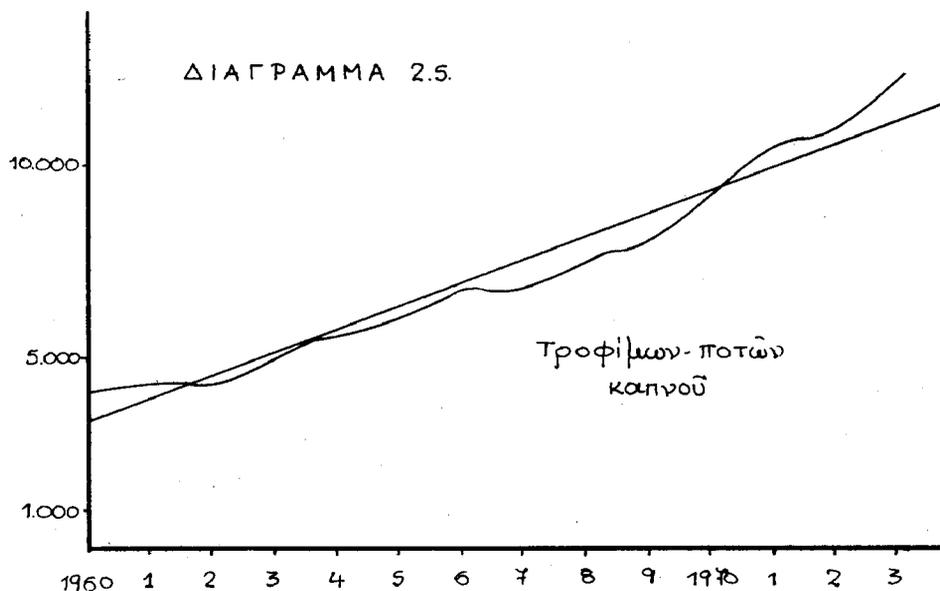
$$\alpha + 3\beta = 5174.7$$

$$\alpha + 10\beta = 9346.3$$

$$\alpha = 3386.8$$

$$\beta = 595.9$$

$$\hat{Y} = 3386.8 + 595.9 X$$



2.3.2 'Υφαντικά

ΠΙΝΑΞ 2.6

Έτος	X	Y	
1960	0	2933	
1	1	2975	
2	2	3250	
3	3	3353	3588.7
4	4	3759	
5	5	4427	
6	6	4424	
7	7	4886	
8	8	5675	
9	9	6262	
1970	10	6937	7397.1
1	11	8133	
2	12	9096	
3	13	10791	

$$\alpha + 3\beta = 3588.7$$

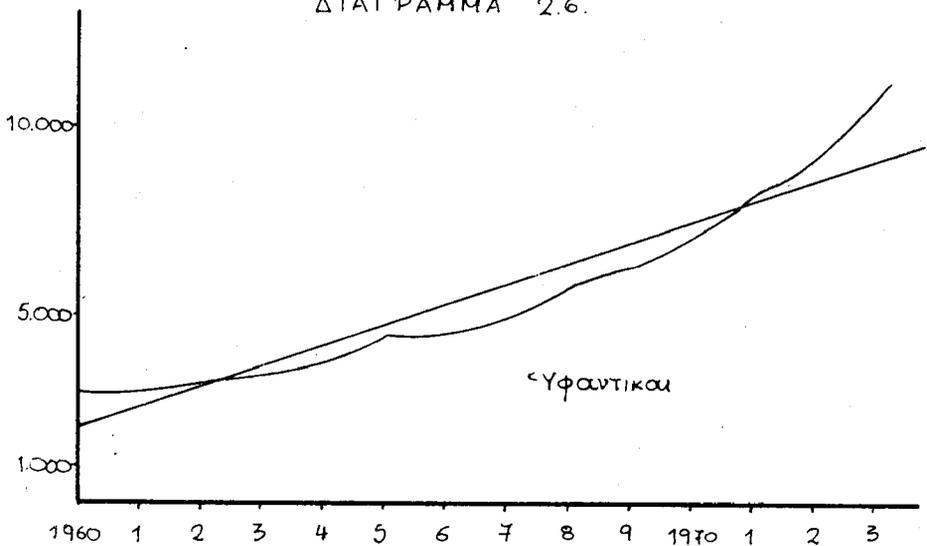
$$\alpha + 10\beta = 7397.1$$

$$\alpha = 1956.5$$

$$\beta = 544.0$$

$$\hat{Y} = 1956.5 + 544 X$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.6.



2.3.3 Ένδύσεως - υποδήσεως

ΠΙΝΑΞ 2.7

Έτος	X	Y	
1960	0	2357	
1	1	2481	
2	2	2429	
3	3	2629	2765.4
4	4	3084	
5	5	3103	
6	6	3275	
7	7	3916	
8	8	3770	
9	9	4007	
1970	10	4627	4719.8
1	11	5045	
2	12	5545	
3	13	6129	

$$\alpha + 3\beta = 2765.4$$

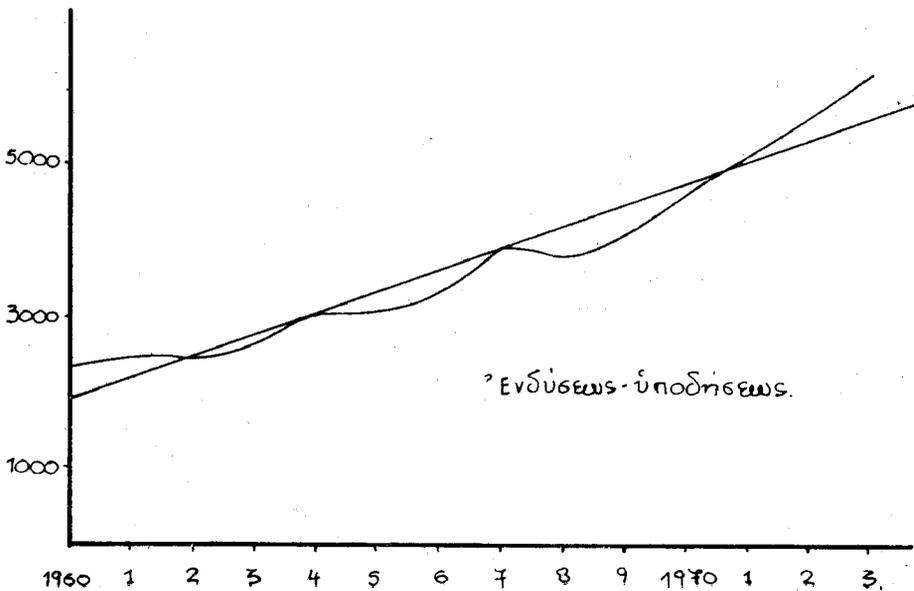
$$\alpha + 10\beta = 4719.8$$

$$\alpha = 1927.8$$

$$\beta = 279.2$$

$$\hat{Y} = 1927.8 + 279.2 X$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.7



2.3.4 Εύλου-έπιπλων

ΠΙΝΑΞ 2.8

Έτος	X	Y	
1960	0	1124	
1	1	1207	
2	2	1267	
3	3	1380	1448.4
4	4	1596	
5	5	1731	
6	6	1834	
7	7	2244	
8	8	2404	
9	9	2832	
1970	10	3051	3094.5
1	11	3321	
2	12	3668	
3	13	4142	

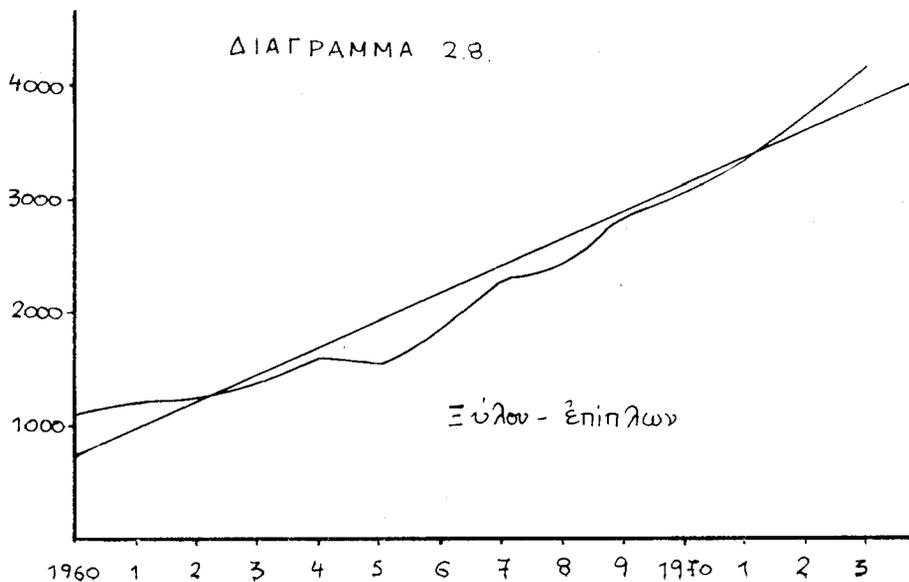
$$\alpha + 3\beta = 1448.4$$

$$\alpha + 10\beta = 3094.5$$

$$\alpha = 742.9$$

$$\beta = 235.1$$

$$\hat{Y} = 742.9 + 235.1 X$$



2.3.5 Χάρτου-έκδόσεων-έκτυπώσεων

ΠΙΝΑΞ 2.9

Έτος	X	Y	
1960	0	907	
1	1	988	
2	2	1067	
3	3	1250	1247.1
4	4	1357	
5	5	1461	
6	6	1700	
7	7	1805	
8	8	2107	
9	9	2388	
1970	10	2268	2318.8
1	11	2272	
2	12	2527	
3	13	2865	

$$\alpha + 3\beta = 1247.1$$

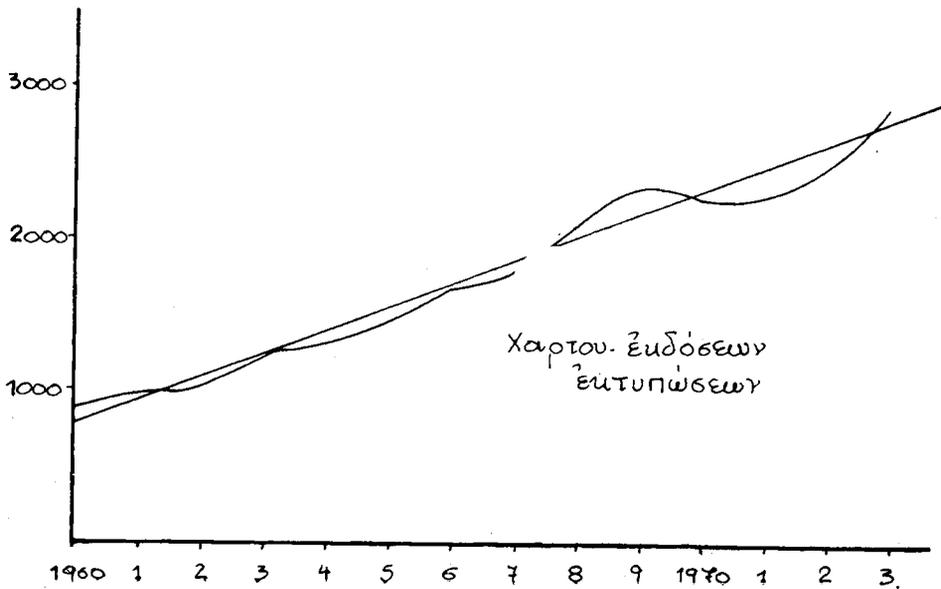
$$\alpha + 10\beta = 2318.8$$

$$\alpha = 787.8$$

$$\beta = 153.1$$

$$\hat{Y} = 787.8 + 153.1 X$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.9.



2.3.6 Χημικά

ΠΙΝΑΚ 2.10

Έτος	X	Y	
1960	0	1495	
1	1	1454	
2	2	1467	
3	3	1771	1855.5
4	4	1905	
5	5	2462	
6	6	2645	
7	7	3168	
8	8	3600	
9	9	4806	
1970	10	5495	5468.1
1	11	6114	
2	12	6446	
3	13	8648	

$$\alpha + 3\beta = 1855.5$$

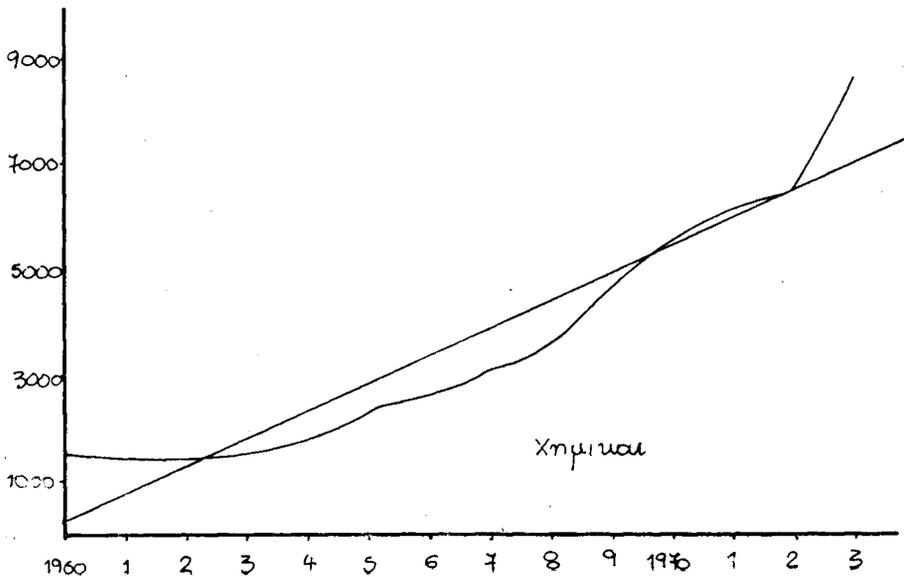
$$\alpha + 10\beta = 5468.1$$

$$\alpha = 307.2$$

$$\beta = 516.1$$

$$\hat{Y} = 307.2 + 516.1 X$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.10.



2.3.7 Μη μεταλλικών ορυκτών

ΠΙΝΑΚ 2.11

Έτος	X	Y	
1960	0	1184	
1	1	1280	
2	2	1434	
3	3	1598	1698.3
4	4	1867	
5	5	2237	
6	6	2288	
7	7	2336	
8	8	2671	
9	9	3007	
1970	10	3736	3535.0
1	11	4037	
2	12	4023	
3	13	4935	

$$\alpha + 3\beta = 1698.3$$

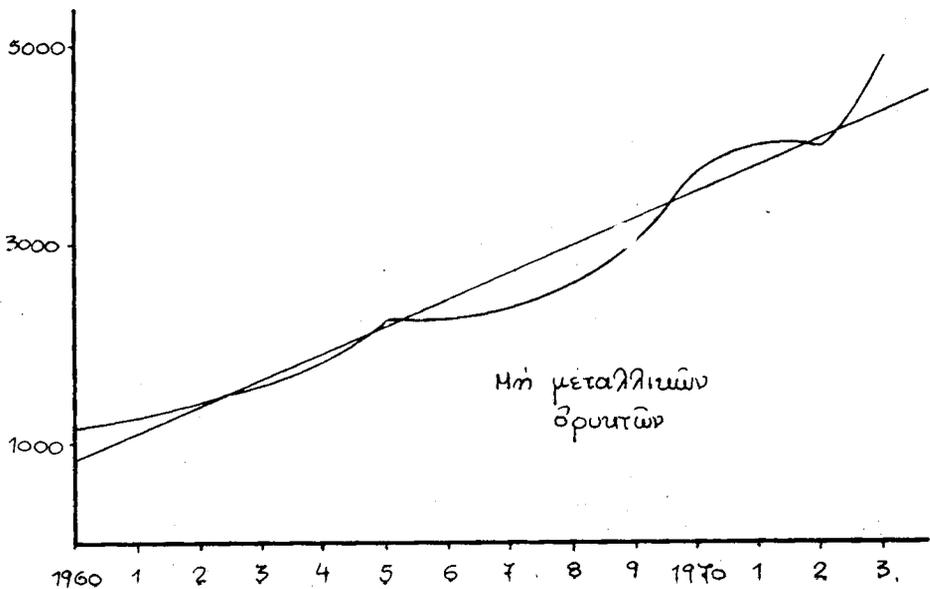
$$\alpha + 10\beta = 3535.0$$

$$\alpha = 911.1$$

$$\beta = 262.4$$

$$\hat{Y} = 911.1 + 262.4 X$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.11



2.3.8 Βασικά μεταλλουργικά

ΠΙΝΑΚ 2.12

Έτος	X	Y	
1960	0	288	
1	1	306	
2	2	336	
3	3	383	390.6
4	4	407	
5	5	406	
6	6	944	
7	7	1243	
8	8	1702	
9	9	2590	
1970	10	3636	2893.4
1	11	3247	
2	12	3222	
3	13	4612	

$$\alpha + 3\beta = 390.6$$

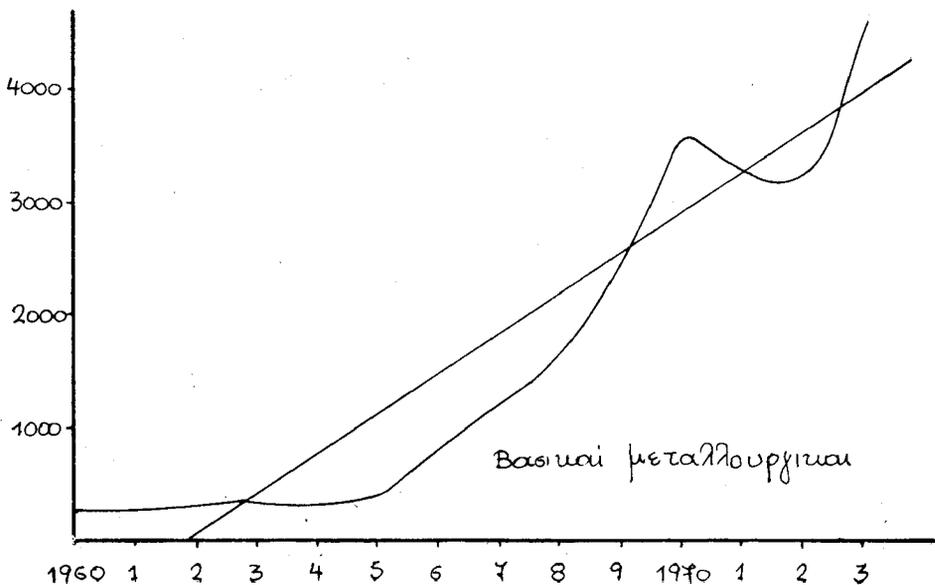
$$\alpha + 10\beta = 2893.4$$

$$\alpha = -682.0$$

$$\beta = 357.5$$

$$\hat{Y} = -682 + 357.5 X$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.12



2.3.9 Ἀντικειμένων ἐκ μετάλλου

ΠΙΝΑΞ 2.13

Ἔτος	X	Y	
1960	0	2596	
1	1	3061	
2	2	3288	
3	3	2996	3412.4
4	4	3621	
5	5	3914	
6	6	4411	
7	7	4726	
8	8	5096	
9	9	5792	
1970	10	6298	6786.0
1	11	7412	
2	12	8605	
3	13	9573	

$$\alpha + 3\beta = 3412.4$$

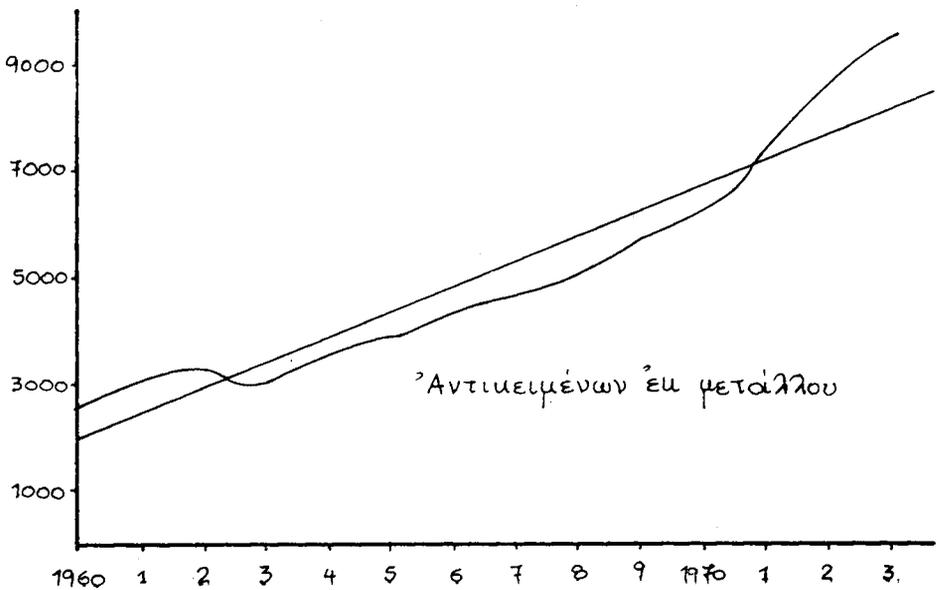
$$\alpha + 10\beta = 6786.0$$

$$\alpha = 1966.5$$

$$\beta = 481.9$$

$$\hat{Y} = 1966.5 + 481.9 X$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.13



2.3.10 Μεταφορικῶν μέσων

ΠΙΝΑΞ 2.14

Έτος	X	Y	
1960	0	871	
1	1	1202	
2	2	1366	
3	3	1503	1383.7
4	4	1576	
5	5	1600	
6	6	1568	
7	7	1361	
8	8	1463	
9	9	1731	
1970	10	2595	2422.1
1	11	3225	
2	12	3178	
3	13	3402	

$$\alpha + 3\beta = 1383.7$$

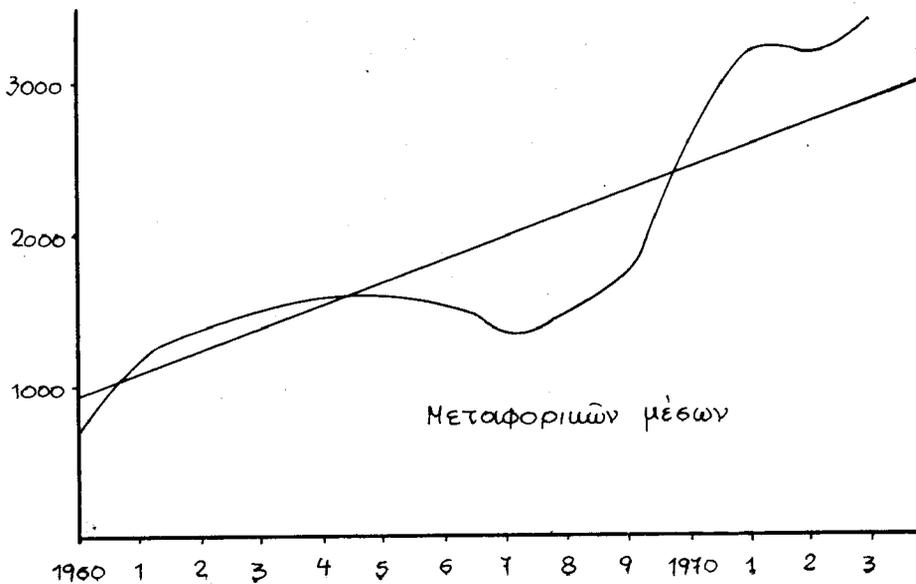
$$\alpha + 10\beta = 2422.1$$

$$\alpha = 938.6$$

$$\beta = 148.3$$

$$\hat{Y} = 938.6 + 148.3 X$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.14.



2.3.11 Λοιπά βιομηχανία

ΠΙΝΑΚ 2.15

Έτος	X	Y	
1960	0	556	
1	1	622	
2	2	684	
3	3	746	709.3
4	4	755	
5	5	775	
6	6	827	
7	7	898	
8	8	1151	
9	9	1137	
1970	10	1304	1327.5
1	11	1468	
2	12	1574	
3	13	1761	

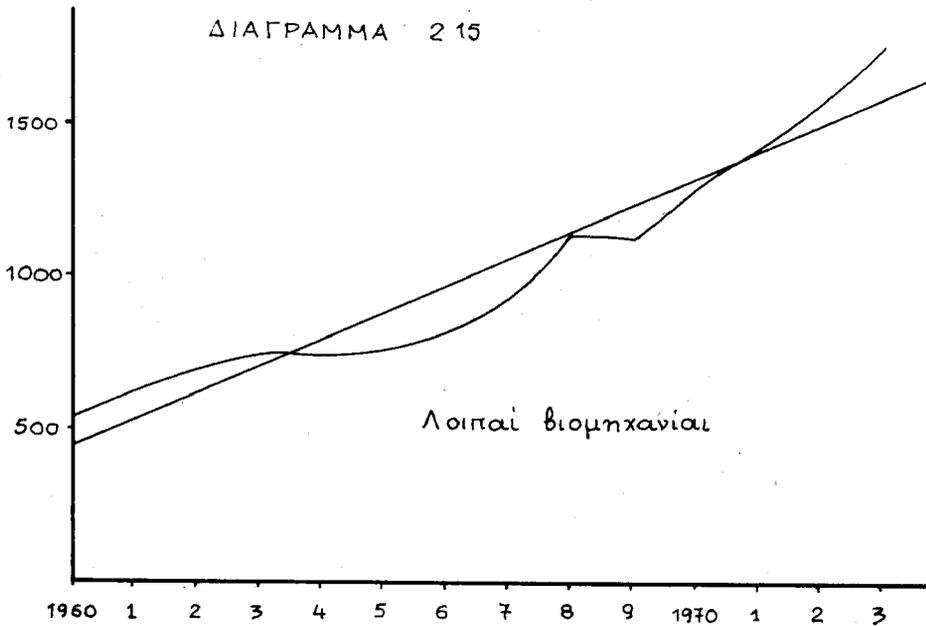
$$\alpha + 3\beta = 709.3$$

$$\alpha + 10\beta = 1327.5$$

$$\alpha = 444.3$$

$$\beta = 88.3$$

$$\hat{Y} = 444.3 + 88.3 X$$



ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ

Η ΜΗΤΡΑ ΤΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΕΩΣ

3.1 ΓΕΝΙΚΑ

Ἡ ἐξέλιξις τῆς οἰκονομίας γενικῶς εἶναι συνάρτησις τῶν ἀμέσων καὶ ἐμμέσων ρυθμῶν ἀναπτύξεως τῶν ἐπὶ μέρους κλάδων αὐτῆς. Ἡ μήτρα τῆς οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως εἶναι ἓνα μαθηματικὸ μοντέλο, διὰ τοῦ ὁποίου ἐξετάζεται ἡ ἐξέλιξις τῆς οἰκονομίας ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀμέσων καὶ ἐμμέσων ρυθμῶν ἀναπτύξεως, ἐν ἀντιθέσει πρὸς ἄλλα πρακτικὰ καὶ θεωρητικὰ μοντέλα τὰ ὁποῖα στηρίζονται μόνον εἰς τοὺς ἀμέσους ρυθμοὺς ἀναπτύξεως⁴. Ἡ ἐξέτασις τοῦ μοντέλου αὐτοῦ βοηθᾷ εἰς τὴν κατανόησιν τῶν σχέσεων μεταξὺ τῶν κλάδων τῆς οἰκονομίας, τὸν συντονισμό καὶ τὸν μελλοντικὸ προγραμματισμὸ κῦτῶν.

Εἰς τὸ κεφάλαιον αὐτὸ τῆς παρούσης ἐργασίας θὰ ἀναφερθῶμεν ἀφ' ἑνὸς εἰς τὴν μαθηματικὴν θεμελίωσιν τῆς μήτρας τῆς οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως καὶ ἀφ' ἑτέρου εἰς μίαν ἐφαρμογὴν ταύτης, ὑπολογίζοντες τὸ διάνυσμα παραγωγῆς τῶν κλάδων τῆς μεταποιήσεως διὰ τὸ ἔτος 1980.

3.2 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΘΕΜΕΛΙΩΣΙΣ ΤΗΣ ΜΗΤΡΑΣ ΤΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΕΩΣ

Συμβολίζομεν μὲ $X_{i,t-1}$, ὅπου $i = 1, 2, \dots, n$, τὴν παραγωγικότητα τοῦ i -οστοῦ κλάδου τῆς οἰκονομίας κατὰ τὴν περίοδον $t - 1$ καὶ μὲ X_{it} τὴν παραγωγικότητα τοῦ αὐτοῦ κλάδου κατὰ τὴν περίοδον t . Ἡ μεταβολὴ ΔX_i τῆς παραγωγῆς τοῦ ὑπὸ ἐξέτασιν κλάδου μεταξὺ τῶν δύο διαδοχικῶν περιόδων $t - 1$ καὶ t δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$\Delta X_i = X_{it} - X_{i,t-1} \quad \text{ὅπου } i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Οἱ ἄμεσοι ρυθμοὶ ἀναπτύξεως r_{ij} , ($i = j$) τοῦ i -οστοῦ κλάδου εἶναι τὸ πηλί-

4. *Mathematica Balkanica* 4. Beograd 1974, *Dragisa Stojanovic*, σ. 569.

κον τῆς μεταβολῆς τῆς παραγωγῆς ΔX_i μεταξύ τῶν περιόδων $t - 1$ καὶ t , πρὸς τὴν παραγωγὴν τοῦ αὐτοῦ κλάδου κατὰ τὴν περίοδον t . Δηλαδή

$$r_{ij} = \frac{\Delta X_i}{X_{it}}, \text{ ὅπου } i = j = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

Οἱ ἔμμεσοι ρυθμοὶ ἀναπτύξεως r_{ij} ($i \neq j$), τοῦ i -οστοῦ κλάδου πρὸς τοὺς ὑπολοίπους, θὰ εἶναι τὸ πηλίκον τῆς μεταβολῆς τῆς παραγωγῆς ΔX_i μεταξύ τῶν περιόδων $t - 1$ καὶ t , πρὸς τὴν παραγωγὴν τοῦ j -οστοῦ κλάδου κατὰ τὴν περίοδον t . Δηλαδή:

$$r_{ij} = \frac{\Delta X_i}{X_{jt}}, \text{ ὅπου } i \neq j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

Οἱ ἀμεσοὶ καὶ ἔμμεσοι ρυθμοὶ ἀναπτύξεως περιλαμβάνονται εἰς τὴν τετραγωνικὴν μήτραν R' τῆς οικονομικῆς ἀναπτύξεως:

$$R' = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{i1} & r_{i2} \dots r_{ij} \dots & r_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nn} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Γὰ στοιχεῖα τῆς κυρίας διαγωνίου τῆς μήτρας R' ἐκφράζονται τοὺς ἀμέσους ρυθμοὺς ἀναπτύξεως, ἐνῶ τὰ λοιπὰ στοιχεῖα τοὺς ἔμμεσους ρυθμοὺς ἀναπτύξεως.

Ἡ μεταβολὴ τῆς παραγωγῆς τοῦ i -οστοῦ κλάδου ΔX_i εἶναι συνάρτησις ὄλων τῶν παρατηρηθέντων κλάδων, δηλαδή δεχόμεθα ὅτι:

$$\Delta X_i = F_i(X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{nt}) \quad (5)$$

Ἡ σχέσις (1) δύναται νὰ γραφῆ ὑπὸ τὴν μορφήν:

$$X_{it} - \Delta X_i = X_{i,t-1} \quad (6)$$

καὶ δι' ἀντικαταστάσεως τοῦ ΔX_i ἐκ τῆς σχέσεως (5), ἔχομεν:

$$X_{it} - F_i(X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{nt}) = X_{i,t-1} \quad (7)$$

Ἐάν θεωρήσωμεν ὅτι ἡ μεταβολή τῆς παραγωγῆς τοῦ i -οστοῦ κλάδου εἶναι συνάρτησις τῶν ἐμμέσων ρυθμῶν ἀναπτύξεως, δυνάμεθα ἀντί τῆς σχέσεως (5) νὰ δεχθῶμεν τὴν σχέσιν:

$$\Delta X_i = \frac{1}{n-1} \sum_{i \neq j=1}^n r_{ij} X_{jt} \quad (8)$$

καὶ δι' αὐτῆς ἡ σχέσις (7) γίνεται:

$$X_{it} - \frac{1}{n-1} \sum_{i \neq j=1}^n r_{ij} X_{jt} = X_{i,t-1} \quad (9)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (9) διὰ $i \neq j = 1, 2, \dots, n$ λαμβάνομεν διαδοχικῶς τὰς ἀκολουθούς σχέσεις:

$$X_{1t} - \frac{1}{n-1} (0 + r_{12}X_{2t} + \dots + r_{1n}X_{nt}) = X_{1,t-1}$$

$$X_{2t} - \frac{1}{n-1} (r_{21}X_{1t} + 0 + \dots + r_{2n}X_{nt}) = X_{2,t-1} \quad (10)$$

$$\dots$$

$$X_{nt} - \frac{1}{n-1} (r_{n1}X_{1t} + \dots + 0) = X_{n,t-1}$$

Τὰς σχέσεις (10) δυνάμεθα νὰ τὰς γράψωμεν ὑπὸ μορφήν ἐξισώσεων μητρῶν⁵ ὡς κάτωθι:

$$\begin{bmatrix} X_{1t} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_{2t} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & X_{nt} \end{bmatrix} - \frac{1}{n-1} \begin{bmatrix} 0 & + r_{12}X_{2t} & + \dots + r_{1n}X_{nt} \\ r_{21}X_{1t} & + 0 & + \dots + r_{2n}X_{nt} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n1}X_{1t} & + r_{n2}X_{2t} & + \dots + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{1,t-1} \\ X_{2,t-1} \\ \dots \\ X_{n,t-1} \end{bmatrix} \quad \tilde{n}$$

5. Γεωργίου Βαρελά, Γενικά Μαθηματικά. Τόμος I, Θεσσαλονίκη - Ἀθήναι 1970, σ. 231.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \\ \dots \\ X_{nt} \end{bmatrix} = \frac{1}{n-1} \begin{bmatrix} 0 & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & 0 & \dots & r_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \\ \dots \\ X_{nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{1,t-1} \\ X_{2,t-1} \\ \dots \\ X_{n,t-1} \end{bmatrix} \quad \bar{n}$$

$$\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{n-1} \begin{bmatrix} 0 & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & 0 & \dots & r_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \\ \dots \\ X_{nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{1,t-1} \\ X_{2,t-1} \\ \dots \\ X_{n,t-1} \end{bmatrix}$$

ὁπότε καταλήγομεν εἰς τὴν σχέσιν :

$$\left(I - \frac{1}{n-1} R \right) X_t = X_{t-1} \quad (11)$$

ὅπου I εἶναι ἡ μοναδιαία μήτρα, R ἡ μήτρα τῶν ἐμμέσων ρυθμῶν ἀναπτύξεως, X_t καὶ X_{t-1} τὰ διανύσματα παραγωγῆς τῶν ἐξεταζομένων κλάδων ἀντιστοίχως διὰ τὰς περιόδους t καὶ t-1.

Πολλαπλασιάζοντες τὴν σχέσιν (11) ἐξ ἀριστερῶν μὲ τὴν ἀντίστροφον

$$\left(I - \frac{1}{n-1} R \right)^{-1} \text{ τῆς } \left(I - \frac{1}{n-1} R \right) \text{ ἔχομεν:}$$

$$X_t = \left(I - \frac{1}{n-1} R \right)^{-1} X_{t-1} \quad (12)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (12) καθίσταται φανερόν ὅτι τὸ διάνυσμα παραγωγῆς τῆς περιόδου t εἶναι συνάρτησις τῆς μήτρας τῶν ἐμμέσων ρυθμῶν ἀναπτύξεως καὶ τοῦ διανύσματος παραγωγῆς τῆς περιόδου t-1.

Ἐάν θεωρήσωμεν ἓνα μεγαλύτερον χρονικὸν διάστημα $(0, m)$ διηρημένον εἰς m ἴσας περιόδους καὶ ἀντιστοίχως X_0, X_1, \dots, X_m τὰ διανύσματα παραγωγῆς τῶν κλάδων τῆς οἰκονομίας, λαμβάνομεν ἐκ τῆς ἐξίσωσως (11) διὰ τὰς διαδοχικὰς τιμὰς τοῦ t , τὰς ἀκολουθοῦσας σχέσεις:

$$\begin{aligned} (I - \frac{1}{n-1} R_1) X_1 &= X_0 \\ (I - \frac{1}{n-1} R_2) X_2 &= X_1 \\ \dots\dots\dots \\ (I - \frac{1}{n-1} R_m) X_m &= X_{m-1} \end{aligned} \quad (13)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (13) δι' ἀντικαταστάσεως διαδοχικῶς τῶν X_1, X_2, \dots, X_{m-1} ἔχομεν:

$$(I - \frac{1}{n-1} R_1) \cdot (I - \frac{1}{n-1} R_2) \dots (I - \frac{1}{n-1} R_m) X_m = X_0 \quad (14)$$

Ἐάν πολλαπλασιάσωμεν ἐξ ἀριστερῶν τὴν σχέσιν (14) μετὰ τὴν ἀντίστροφον μῆτραν, λαμβάνομεν τὴν σχέσιν:

$$X_m = [(I - \frac{1}{n-1} R_1) \dots (I - \frac{1}{n-1} R_m)]^{-1} X_0 \quad (15)$$

Ἡ σχέση (15) ἐκφράζει τὸ διάνυσμα παραγωγῆς τῆς m -οστῆς περιόδου συναρτήσῃ τοῦ διανύσματος X_0 καὶ τῶν μητρῶν ἀναπτύξεως R_1, R_2, \dots, R_m τῶν ἀντιστοίχων περιόδων. Ἐάν θεωρήσωμεν ὅτι αἱ μῆτραι ἀναπτύξεως τῶν διαδοχικῶν περιόδων εἶναι ἴσαι μετὰ τὴν κατὰ μέσον ὄρον μῆτραν ἀναπτύξεως τοῦ χρονικοῦ διαστήματος $(0, m)$, δηλ. $R_i = \bar{R}$, ἡ σχέση (15) δύναται νὰ γραφῆ ὑπὸ τὴν ἀκόλουθον μορφήν:

$$X_m = [(I - \frac{1}{n-1} \bar{R})^m]^{-1} X_0 \quad (16)$$

ὅπου τὰ στοιχεῖα τῆς κατὰ μέσον ὄρον μήτρας \bar{R} ὑπολογίζονται ἐκ τῆς σχέσεως

$$\bar{r}_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^m r_{ij}^{(t)} X_{jt}}{\sum_{t=1}^m X_{jt}} \quad (17)$$

Ἴσοδύναμος τῆς σχέσεως (17) εἶναι καὶ ἡ σχέσηις:

$$\bar{r}_{ij} = \frac{X_{ij}^{(m)} - X_{ij}^{(0)}}{\sum_{t=1}^m X_{jt}} \quad (18)$$

Ἡ σχέσηις (18) λαμβάνεται ἐκ τῆς σχέσεως (17) δι' ἀντικαταστάσεως τῶν $r_{ij}^{(0)}$ ὡς ἀκολουθῶς:

$$\begin{aligned} \bar{r}_{ij} &= \frac{\sum_{t=1}^m r_{ij}^{(t)} X_{jt}}{\sum_{t=1}^m X_{jt}} = \frac{r_{ij}^{(1)} X_{j1} + r_{ij}^{(2)} X_{j2} + \dots + r_{ij}^{(m)} X_{jm}}{\sum_{t=1}^m X_{jt}} = \\ &= \frac{\frac{X_{ij}^{(1)} - X_{ij}^{(0)}}{X_{j1}} X_{j1} + \frac{X_{ij}^{(2)} - X_{ij}^{(1)}}{X_{j2}} X_{j2} + \dots + \frac{X_{ij}^{(m)} - X_{ij}^{(m-1)}}{X_{jm}} X_{jm}}{\sum_{t=1}^m X_{jt}} = \\ &= \frac{X_{ij}^{(m)} - X_{ij}^{(0)}}{\sum_{t=1}^m X_{jt}} \end{aligned}$$

3.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Κατωτέρω προβαίνομεν εἰς πρόβλεψιν τοῦ ἀκαθαρίστου ἐγχωρίου προϊόντος τῶν κλάδων τῆς μεταποιήσεως διὰ τὸ ἔτος 1980, διὰ τῆς μεθόδου τῆς μήτρας τῆς οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως. Ἡ πρόβλεψις γίνεται ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ ἀκαθαρίστου προϊόντος τῶν ἀνωτέρω κλάδων τῆς πενταετίας 1970-1974 εἰς σταθερὰς τιμὰς τοῦ ἔτους 1970. Ἡ ἐξίσωσις (16), ἡ ὁποία προέκυψεν ἐκ τῆς μαθηματικῆς θεμελιώσεως τῆς μήτρας τῆς οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως, διὰ τὴν πρόβλεψιν τοῦ ἀκαθαρίστου προϊόντος τῶν κλάδων τῆς μεταποιήσεως διὰ τὸ ἔτος 1980, θὰ εἶναι ἡ κάτωθι:

$$X_{1980} = \left[\left(I - \frac{1}{n-1} \bar{R} \right)^m \right]^{-1} X_{1974} \quad (19)$$

ὅπου X_{1974} εἶναι τὸ διάνυσμα παραγωγῆς τῶν κλάδων τῆς μεταποιήσεως διὰ τὸ ἔτος 1974, X_{1980} τὸ ἀντίστοιχον προβλεπόμενον διάνυσμα τοῦ ἔτους 1980, I ἡ μοναδιαία μήτρα, \bar{R} ἡ κατὰ μέσον ὄρον μήτρα τῶν ἐμμέσων ρυθμῶν ἀναπτύξεως τῆς περιόδου 1975-1980, n ὁ ἀριθμὸς τῶν κλάδων τῆς μεταποιήσεως καὶ m ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐτῶν τῆς περιόδου 1975-1980.

Εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα 3.1 ἀναγράφεται τὸ ἀκαθάριστον ἐγχώριον προϊόν τῶν κλάδων τῆς μεταποιήσεως διὰ τὴν περίοδον 1970-1974, εἰς σταθερὰς τιμὰς τοῦ ἔτους 1970. Τὰ στοιχεῖα ἔχουν ληφθῆ ἐκ τῶν Ἑθνικῶν Λογαρασμῶν τοῦ Ὑπουργείου Συντονισμοῦ καὶ Προγραμματισμοῦ, ἀριθ. 23.

Ἐκ τῶν στοιχείων τοῦ πίνακος 3.1 καὶ ἐπὶ τῇ βάσει τῶν τύπων (2) καὶ (3) ὑπολογίζομεν τὰς μήτρας τῶν ἀμέσων καὶ ἐμμέσων ρυθμῶν ἀναπτύξεως τῶν ἐτῶν τῆς περιόδου 1970-1974.

Π Ι Ν Α Κ 3.1

Ἀκαθάριστον ἐγχώριον προϊόν τῶν κλάδων
τῆς μεταποιήσεως τῆς περιόδου 1970-1974

	Κλάδοι μεταποιήσεως	1970	1971	1972	1973	1974
1.	Προφίμων - ποτῶν - καπνοῦ	9317	10312	11008	12370	11995
2.	Ύφαντικά	6937	8133	9096	10791	10675
3.	Ἐνδύσεως - ὑποδήσεως	4627	5045	5545	6129	6409
4.	Ξύλου - ἐπίπλων	3051	3321	3668	4142	4586
5.	Χάρτου - ἐκδόσεων - ἐκτυπώσεων	2268	2272	2527	2865	2728
6.	Χημικά	5495	6114	6446	8648	10059
7.	Μη μεταλλικῶν ὀρυκτῶν	3736	4037	4023	4935	5041
8.	Βασικαί μεταλλουργικαί	3638	3247	3222	4612	4656
9.	Ἀντικειµένων ἐκ μετάλλου	6298	7412	8605	9573	8713
10.	Μεταφορικῶν μέσων	2595	3225	3178	3402	3435
11.	Λοιπαί βιομηχανία	1304	1468	1574	1761	1841

Λόγω μὴ υπάρξεως εἰς τοὺς Ἐθνικοὺς Λογαριασμοὺς τοῦ ἀκαθαρίστου ἐγχωρίου προϊόντος τῶν κλάδων Ξύλου - ἐπίπλων καὶ Χημικῶν βιομηχανιῶν διὰ τὸ ἔτος 1974, ἔχει ἐκτιμηθῆ τοῦτο ἐπὶ τῆ βάσει τοῦ μέσου ρυθμοῦ μεταβολῆς τοῦ ἀντιστοίχου κλάδου κατὰ τὴν περίοδον 1970-1973. Ὁ μέσος ρυθμὸς μεταβολῆς τοῦ κλάδου Ξύλου - ἐπίπλων ἀνέρχεται διὰ τὴν ὡς ἄνω περίοδον εἰς 10,73%, ἐνῶ διὰ τὸν κλάδον τῶν Χημικῶν βιομηχανιῶν εἰς 16,32%.

Π Ε Ρ Ι Ο Δ Ο Σ 1970 - 1971

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0.0965 & 0.1223 & 0.1972 & 0.2996 & 0.4379 & 0.1627 & 0.2465 & 0.3064 & 0.1342 & 0.3085 & 0.6778 \\ 0.1160 & 0.1471 & 0.2371 & 0.3601 & 0.5264 & 0.1956 & 0.2963 & 0.3683 & 0.1614 & 0.3708 & 0.8147 \\ 0.0405 & 0.0514 & 0.0829 & 0.1259 & 0.1840 & 0.0684 & 0.1035 & 0.1287 & 0.0564 & 0.1296 & 0.2847 \\ 0.0262 & 0.0332 & 0.0535 & 0.0813 & 0.1188 & 0.0442 & 0.0669 & 0.0832 & 0.0364 & 0.0837 & 0.1839 \\ 0.0004 & 0.0005 & 0.0008 & 0.0012 & 0.0018 & 0.0007 & 0.0010 & 0.0012 & 0.0005 & 0.0012 & 0.0027 \\ 0.0600 & 0.0761 & 0.1227 & 0.1864 & 0.2724 & 0.1012 & 0.1533 & 0.1906 & 0.0835 & 0.1919 & 0.4217 \\ 0.0292 & 0.0370 & 0.0597 & 0.0906 & 0.1325 & 0.0492 & 0.0746 & 0.0927 & 0.0406 & 0.0933 & 0.2050 \\ -0.0379 & -0.0481 & -0.0775 & -0.1177 & -0.1721 & -0.0640 & -0.0969 & -0.1204 & -0.0528 & -0.1212 & -0.2663 \\ 0.1080 & 0.1370 & 0.2208 & 0.3354 & 0.4903 & 0.1822 & 0.2759 & 0.3431 & 0.1503 & 0.3454 & 0.7589 \\ 0.0611 & 0.0775 & 0.1249 & 0.1897 & 0.2773 & 0.1030 & 0.1561 & 0.1940 & 0.0850 & 0.1953 & 0.4292 \\ 0.0159 & 0.0202 & 0.0325 & 0.0494 & 0.0722 & 0.0268 & 0.0406 & 0.0505 & 0.0221 & 0.0509 & 0.1117 \end{bmatrix}$$

Π ε ρ ί ο β ο ς 1971 - 1972

0.0632	0.0765	0.1255	0.1897	0.2754	0.1080	0.1730	0.2160	0.0809	0.2190	0.4422
0.0875	0.1059	0.1737	0.2625	0.3811	0.1494	0.2394	0.2989	0.1119	0.3030	0.6118
0.0454	0.0550	0.0902	0.1363	0.1979	0.0776	0.1243	0.1552	0.0581	0.1573	0.3177
0.0315	0.0381	0.0626	0.0946	0.1373	0.0538	0.0863	0.1077	0.0403	0.1092	0.2205
0.0232	0.0280	0.0460	0.0695	0.1009	0.0396	0.0634	0.0791	0.0296	0.0802	0.1620
0.0302	0.0365	0.0599	0.0905	0.1314	0.0515	0.0825	0.1030	0.0386	0.1045	0.2109
-0.0013	-0.0015	-0.0025	-0.0038	-0.0055	-0.0022	-0.0035	-0.0043	-0.0016	-0.0044	-0.0089
-0.0023	-0.0027	-0.0045	-0.0068	-0.0099	-0.0039	-0.0062	-0.0078	-0.0029	-0.0079	-0.0159
0.1084	0.1312	0.2151	0.3252	0.4721	0.1851	0.2965	0.3703	0.1386	0.3754	0.7579
-0.0043	-0.0052	-0.0085	-0.0128	-0.0186	-0.0073	-0.0117	-0.0146	-0.0055	-0.0148	-0.0299
0.0096	0.0117	0.0191	0.0289	0.0419	0.0164	0.0263	0.0329	0.0123	0.0334	0.0673

Π ε ρ ί ο δ ο ς 1972 - 1973

0.1101	0.1262	0.2222	0.3288	0.4754	0.1575	0.2760	0.2953	0.1423	0.4004	0.7734
0.1370	0.1571	0.2766	0.4092	0.5916	0.1960	0.3435	0.3675	0.1771	0.4982	0.9625
0.0472	0.0541	0.0953	0.1410	0.2038	0.0675	0.1183	0.1266	0.0610	0.1717	0.3316
0.0383	0.0439	0.0773	0.1144	0.1654	0.0548	0.0960	0.1028	0.0495	0.1393	0.2692
0.0273	0.0313	0.0551	0.0816	0.1180	0.0391	0.0685	0.0733	0.0353	0.0994	0.1919
0.1780	0.2041	0.3593	0.5316	0.7686	0.2546	0.4462	0.4775	0.2300	0.6473	1.2504
0.0737	0.0845	0.1488	0.2202	0.3183	0.1055	0.1848	0.1977	0.0953	0.2681	0.5179
0.1124	0.1288	0.2268	0.3356	0.4852	0.1607	0.2817	0.3014	0.1452	0.4086	0.7893
0.0783	0.0897	0.1579	0.2337	0.3379	0.1119	0.1961	0.2099	0.1011	0.2845	0.5497
0.0181	0.0208	0.0365	0.0541	0.0782	0.0259	0.0454	0.0486	0.0234	0.0658	0.1272
0.0151	0.0173	0.0305	0.0451	0.0653	0.0216	0.0379	0.0405	0.0195	0.0550	0.1062

R₃ =

Π ε ρ ί ο δ ο ς 1973 - 1974

-0.0313	-0.0351	-0.0585	-0.0818	-0.1375	-0.0373	-0.0744	-0.0805	-0.0430	-0.1092	-0.2037
-0.0097	-0.0109	-0.0181	-0.0253	-0.0425	-0.0115	-0.0230	-0.0249	-0.0133	-0.0338	-0.0630
0.0233	0.0262	0.0437	0.0610	0.1026	0.0278	0.0555	0.0601	0.0321	0.0815	0.1521
0.0370	0.0416	0.0693	0.0698	0.1628	0.0441	0.0881	0.0954	0.0510	0.1293	0.2412
-0.0114	-0.0128	-0.0214	-0.0299	-0.0502	-0.0136	-0.0272	-0.0294	-0.0157	-0.0399	-0.0744
0.1176	0.1322	0.2202	0.3077	0.5172	0.1403	0.2799	0.3030	0.1619	0.4108	0.7664
0.0088	0.0099	0.0165	0.0231	0.0389	0.0105	0.0210	0.0228	0.0122	0.0309	0.0576
0.0037	0.0041	0.0069	0.0096	0.0161	0.0044	0.0087	0.0094	0.0050	0.0128	0.0239
-0.0717	-0.0806	-0.1342	-0.1875	-0.3152	-0.0855	-0.1706	-0.1847	-0.0987	-0.2504	-0.4671
0.0028	0.0031	0.0051	0.0072	0.0121	0.0033	0.0065	0.0071	0.0038	0.0096	0.0179
0.0067	0.0075	0.0125	0.0174	0.0293	0.0080	0.0159	0.0172	0.0092	0.0233	0.0435

$R_u =$

Ἐκ τῶν στοιχείων τῶν ἀνωτέρω μητρῶν R_1, R_2, R_3, R_4 διὰ τοῦ τύπου (17) ὑπολογίζομεν κατ' ἀρχάς τὴν κατὰ μέσον ὄρον μήτραν τῆς περιόδου 1975-1980 καὶ ἐκ ταύτης τὴν μήτραν τῶν ἐμμέσων ρυθμῶν ἀναπτύξεως τῆς αὐτῆς περιόδου:

Ἐὰν τὰ στοιχεῖα τῆς κατὰ μέσον ὄρον μήτρας \bar{R} ἀντικαταστήσωμεν εἰς τὴν σχέσηιν (19), διὰ $n = 11$ καὶ $m = 6$, λαμβάνομεν τὸ διάνυσμα παραγωγῆς τῶν κλάδων τῆς μεταποιήσεως τοῦ ἔτους 1980:

$$X_{1980} = [16.624 \ 17.057 \ 9.478 \ 7.217 \ 3.534 \ 17.866 \ 7.326 \ 6.436 \ 13.017 \\ 4.934 \ 2.802].$$

Ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ διανύσματος αὐτοῦ πραγματοποιεῖται ἐκ τῶν στοιχείων τοῦ πίνακος 3.1 διὰ τοῦ ἠλεκτρονικοῦ ὑπολογιστοῦ καὶ ἐπὶ τῇ βάσει προγράμματος τὸ ὁποῖον παρατίθεται εἰς τὸ τέλος τῆς παρουσίης ἐργασίας. Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν στοιχείων τῆς κατὰ μέσον ὄρον μήτρας χρησιμοποιεῖται, εἰς τὸ πρόγραμμα αὐτό, ὁ τύπος τῆς σχέσεως (18).

Τέλος, εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα 3.2 ἀναγράφεται ὁ μέσος ἐτήσιος ρυθμὸς μεταβολῆς ἐκάστου κλάδου τῆς μεταποιήσεως διὰ τὴν περίοδον 1975-1980.

Π Ι Ν Α Κ Ε 3.2

Μέσος ἐτήσιος ρυθμὸς μεταβολῆς τῆς περιόδου 1975-1980 ⁶

	Κλάδοι μεταποιήσεως	1974	1980	g
1.	Προσίμων - ποτῶν - καπνοῦ	11995	16624	5.37
2.	Ἐξορυκτικαί	10675	17057	7.74
3.	Ἐνδύσεως - ὑποδήσεως	6409	9478	6.42
4.	Εὔλου - ἐπίπλων	4586	7217	7.51
5.	Χάρτου - ἐκδόσεων - ἐκτυπώσεων	2728	3534	4.24
6.	Χημικαί	10059	17866	9.51
7.	Μη μεταλλικῶν ὄρυκτ	5041	7326	6.19
8.	Βασικαί μεταλλουργικαί	4656	6436	5.37
9.	Ἀντικειμένων ἐκ μετάλλου	8713	13017	6.65
10.	Μεταφορικῶν μέσων	3435	4934	5.96
11.	Λοιπαί βιομηχανία	1841	2802	6.98

6. M. T. Burley, 10 Growth rate tables. Cambridge University Press, 1966.

Κατά μέσον όρον μήτρα της περιόδου 1975 - 1980

0.0586	0.0692	0.1158	0.1704	0.2577	0.0856	0.1485	0.1702	0.0781	0.2023	0.4031
0.0818	0.0966	0.1616	0.2378	0.3597	0.1195	0.2072	0.2375	0.1090	0.2823	0.5626
0.0390	0.0460	0.0770	0.1134	0.1715	0.0570	0.0988	0.1132	0.0519	0.1346	0.2682
0.0336	0.0397	0.0664	0.0976	0.1477	0.0491	0.0851	0.0975	0.0447	0.1159	0.2310
0.0101	0.0119	0.0199	0.0293	0.0443	0.0147	0.0255	0.0292	0.0134	0.0347	0.0692
0.0999	0.1179	0.1973	0.2904	0.4392	0.1460	0.2530	0.2900	0.1330	0.3447	0.6869
0.0286	0.0337	0.0564	0.0830	0.1256	0.0417	0.0724	0.0829	0.0380	0.0986	0.1964
0.0223	0.0263	0.0440	0.0648	0.0980	0.0326	0.0564	0.0647	0.0297	0.0769	0.1532
0.0529	0.0624	0.1044	0.1537	0.2324	0.0772	0.1339	0.1535	0.0704	0.1824	0.3635
0.0184	0.0217	0.0363	0.0534	0.0808	0.0269	0.0466	0.0534	0.0245	0.0634	0.1264
0.0117	0.0139	0.0232	0.0342	0.0517	0.0172	0.0298	0.0341	0.0156	0.0406	0.0808

$\bar{R}' =$

Μήτρα των έμμέσων ρυθμών ανάπτυξεως της περιόδου 1975 - 1980

0	0.0692	0.1158	0.1704	0.2577	0.0856	0.1485	0.1702	0.0781	0.2023	0.4031
0.0818	0	0.1616	0.2378	0.3597	0.1195	0.2072	0.2375	0.1090	0.2823	0.5626
0.0390	0.0460	0	0.1134	0.1715	0.0570	0.0988	0.1132	0.0519	0.1346	0.2682
0.0336	0.0397	0.0664	0	0.1477	0.0491	0.0851	0.0975	0.0447	0.1159	0.2310
0.0101	0.0119	0.0199	0.0293	0	0.0147	0.0255	0.0292	0.0134	0.0347	0.0692
0.0999	0.1179	0.1973	0.2904	0.4392	0	0.2530	0.2900	0.1330	0.3447	0.6869
0.0286	0.0337	0.0564	0.0830	0.1256	0.0417	0	0.0829	0.0380	0.0986	0.1964
0.0223	0.0263	0.0440	0.0648	0.0980	0.0326	0.0564	0	0.0297	0.0769	0.1532
0.0529	0.0624	0.1044	0.1537	0.2324	0.0772	0.1339	0.1535	0	0.1824	0.3635
0.0184	0.0217	0.0363	0.0534	0.0808	0.0269	0.0466	0.0534	0.0245	0	0.1264
0.0117	0.0139	0.0232	0.0342	0.0517	0.0172	0.0298	0.0341	0.0156	0.0406	0

$\bar{R} =$

```

00100 1* C THIS PROGRAM CALCULATES THE AVERAGE INDIRECT GROWTH MATRIX FROM PAST DATA 000000
00100 2* C ON SOME BRANCHES OF PRODUCTION AND FORECAST THE VECTOR OF PRODUCTION AT A 000000
00100 3* C TIME T+ THE FUTURE 000000
00100 4* C 000000
00100 5* C INPUT VARIABLES 000000
00100 6* C ----- 000000
00100 7* C N=NUMBER OF BRANCHES OF PRODUCTION 000000
00100 8* C M1=NUMBER OF PERIODS OF PAST DATA 000000
00100 9* C M=NUMBER OF EXTENDED PERIODS FOR FORECASTING 000000
00100 10* C X(I,T)=TWO-DIMENSIONAL ARRAY FOR PAST DATA (I=1,2,...,N AND T=0,1,2,...,M1-1) 000000
00100 11* C 000000
00100 12* C OUTPUT VARIABLES 000000
00100 13* C ----- 000000
00100 14* C R(I,J)=TWO-DIMENSIONAL ARRAY FOR THE AVERAGE INDIRECT GROWTH RATE 000000
00100 15* C MATRIX (I=1,2,...,N AND J=1,2,...,M) 000000
00100 16* C Y(I)=ONE-DIMENSIONAL ARRAY FOR FORECASTING OF THE BRANCHES GROWTH 000000
00100 17* C 000000
00100 18* C 000000
00100 19* C 000000
00100 20* C DIMENSION R(11,11),R(11,11),C(11,11),Y(11),X(11,6),JC(11),V(2), 000000

```

```

00101 21* X SUM(I1)
00103 22* INTEGER T,P
00104 23* READ (5,100) N,M1,M, ((X(I,T),T=1, M)),I=1,N)
00120 24* 100 FORMAT (3(I2,1X)/(5F7.1))
00121 25* DO 2 I=1,N
00124 26* 2 SUM(I)=0.
00126 27* DO 4 I=1,N
00131 28* DO 4 T=2,M1
00134 29* 4 SUM(I)=SUM(I)+X(I,T)
00137 30* DO 8 I=1,N
00142 31* DO 8 J=1,N
00145 32* IF(I.EQ.J) GO TO 6
00147 33* R(I,J)=X(I, M1)-X(I,1))/SUM(J)
00150 34* GO TO 8
00151 35* 6 R(I,J)=0.
00152 36* 8 CONTINUE
00155 37* WRITE (6,110) N,M1,M, ((X(I,T),T=1, M)),I=1,N)
00171 38* 110 FORMAT (1H1,2HM=,1Z/1H ,3M1=,1Z/1H ,2HM=,1Z/1H ,9HPAST DATA/
00171 39* X (1H ,5(F7.1,2X)))
00172 40* WRITE (6,115)((R(I,J),J=1,N),I=1,N)
00203 41* 115 FORMAT(///1H ,13HMATRIX R(I,J)/(11F10.5))
00204 42* DO 15 I=1,N
00207 43* DO 15 J=1,N
00212 44* IF(I.EQ.J) GO TO 10
00214 45* R(I,J)= -R(I,J)/(N-1)
00215 46* GO TO 15
00216 47* 10 R(I,J)=1.
00217 48* 15 R(I,J)=R(I,J)
00222 49* WRITE (6,116)((R1(I,J),J=1,N),I=1,N)
00233 50* 116 FORMAT(///1H ,21HMATRIX I-R(I,J)/(N-1)/(11F10.5))
00234 51* DO 25 I=2,M
00237 52* CALL MXMLT(R,R1,C,1,1,1,1,1,1,1)
00240 53* DO 25 I=1,N
00243 54* DO 25 J=1,N
00246 55* 25 R(I,J)=C(I,J)
00252 56* WRITE (6,120) ((R1(I,J),J=1,N),I=1,N)
00263 57* 120 FORMAT (1H1,12HPower MATRIX/(11F10.5))
00264 58* CALL GJRC(1,1,1,1,1,1,540,JC,V)
00285 59* WRITE (6,125) ((C(I,J),J=1,N),I=1,N)
00276 60* 125 FORMAT(///1H ,15HMVERTED MATRIX/(11F10.5))
00277 61* DO 35 I=1,N
00302 62* S=0.
00303 63* DO 30 P=1,N
00306 64* 30 S=S+C(I,P)*X(P,M1)
00310 65* 35 Y(I)=S
00312 66* WRITE (6,130) (Y(I),I=1,N)
00320 67* 130 FORMAT(///1H ,26HPRODUCTION VECTOR FORECAST/(11F8.1,2X))
00321 68* 40 STOP
00322 69* END

```

```

000000
000001
000001
000071
000071
000071
000077
000077
000077
000114
000122
000122
000125
000130
000132
000141
000141
000163
000163
000211
000211
000211
000211
000214
000217
000221
000223
000233
000254
000254
000254
000271
000271
000271
000300
000317
000317
000331
000354
000354
000354
000354
000360
000360
000364
000371
000404
000404
000407

```

N=11
 M1= 5
 M2= 6

FAST DATA

9317.0	10312.0	11008.0	12370.0	11995.0
6937.0	8133.0	9094.0	10791.0	10675.0
4627.0	5045.0	5545.0	6129.0	6409.0
3051.0	3321.0	3668.0	4142.0	4586.0
2268.0	2272.0	2527.0	2865.0	2728.0
5495.0	6114.0	6446.0	8648.0	10059.0
3736.0	4037.0	4023.0	4935.0	5041.0
3638.0	3247.0	3272.0	4612.0	4656.0
6298.0	7412.0	8695.0	9573.0	9713.0
2595.0	3225.0	3178.0	3402.0	3435.0
1304.0	1468.0	1574.0	1761.0	1841.0

MATRIX R(I,J)

.00000	.06921	.11579	.17039	.25770	.08565	.14848	.17017	.07807	.20227	.40307
.08182	.00000	.16162	.23783	.35970	.11955	.20725	.23753	.10897	.28233	.56261
.03901	.04605	.00000	.11338	.17148	.05699	.09860	.11324	.05195	.13459	.26821
.03360	.03967	.06637	.00000	.14771	.04909	.08511	.07754	.04475	.11594	.23104
.01307	.01189	.01989	.07927	.09000	.01471	.02550	.02923	.01341	.03474	.06924
.09990	.11795	.19734	.29039	.43918	.00000	.25305	.29002	.13305	.34471	.68694
.02857	.03373	.05643	.08303	.12558	.04174	.00000	.08293	.03804	.09856	.19642
.02228	.02631	.04402	.06477	.09796	.03256	.05644	.00000	.02968	.07689	.15322
.05286	.06241	.10442	.15366	.23239	.07724	.13390	.15346	.00000	.18240	.36349
.01839	.02171	.03632	.05345	.08083	.02687	.04657	.05338	.00000	.00000	.12643
.01175	.01388	.02322	.03417	.05167	.01717	.02977	.03412	.01565	.04056	.00000

MATRIX I-(R(I,J)/(M-1))

1.00000	-.00692	-.01158	-.01704	-.02577	-.00856	-.01485	-.01707	-.00781	-.02023	-.04031
-.00818	1.00000	-.01616	-.02378	-.03597	-.01196	-.02073	-.02375	-.01090	-.02823	-.05626
-.00390	-.00461	1.00000	-.01134	-.01715	-.00570	-.00988	-.01132	-.00519	-.01346	-.02892
-.00336	-.00397	.00664	1.00000	-.01477	-.00491	-.00851	-.00975	-.00447	-.01159	-.02310
-.00101	-.00199	-.00199	-.00293	1.00000	-.00147	-.00255	-.00292	-.00134	-.00347	-.00692
-.00999	-.01179	-.01973	-.02904	-.04392	1.00000	-.02530	-.02900	-.01330	-.03447	-.06869
-.00286	-.00337	-.00564	-.00680	-.01256	-.00417	1.00000	-.00829	-.00380	-.00986	-.01964
-.00223	-.00263	-.00440	-.00648	-.00980	-.00326	-.00564	1.00000	-.00297	-.00769	-.01532
-.00529	-.00624	-.01044	-.01537	-.02324	-.00772	-.01339	-.01535	1.00000	-.01824	-.03635
-.00184	-.00217	-.00363	-.00534	-.00808	-.00269	-.00466	-.00534	-.00245	1.00000	-.01264
-.00118	-.00139	-.00232	-.00342	-.00517	-.00172	-.00298	-.00341	-.00157	-.00406	1.00000

POWER MATRIX

1.00650	--.03482	--.05795	--.08576	--.12782	--.04369	--.07422	--.08468	--.03900	--.10085	--.20194
--.04117	1.01026	--.08174	--.12096	--.18029	--.06161	--.10466	--.11972	--.05501	--.14225	--.28483
--.01952	1.00837	1.00837	--.05736	--.08549	--.02922	--.04964	--.05477	--.02608	--.06745	--.13506
--.01691	--.02018	--.03358	1.01036	--.07406	--.02531	--.04300	--.04918	--.02260	--.05843	--.11700
--.00499	--.00596	--.00992	--.01467	1.00499	--.00747	--.01270	--.01452	--.00667	--.01726	--.03455
--.05076	--.06079	--.10116	--.14970	--.22314	1.01460	--.12955	--.14817	--.06808	--.17606	--.35250
--.01428	--.01703	--.02835	--.04195	--.06252	--.02137	1.00790	--.04152	--.01908	--.04933	--.09878
--.01111	--.01326	--.02207	--.03266	--.04867	--.01663	--.02826	1.00713	--.01485	--.03840	--.07689
--.02641	--.03151	--.05243	--.07759	--.11564	--.03952	--.06715	--.07679	1.00771	--.09124	--.18270
--.00917	--.01094	--.01820	--.02694	--.04015	--.01372	--.02331	--.02666	--.01225	1.00700	--.06343
--.00589	--.00703	--.01169	--.01730	--.02579	--.00881	--.01497	--.01712	--.00787	--.02035	1.00874

INVERTED MATRIX

.99354	.03430	.06015	.09282	.14652	.05153	.09590	.11519	.05549	.15117	.31958
.04091	.99124	.08294	.12799	.20205	.07105	.13224	.15883	.07651	.20845	.44067
.01940	.02376	.09478	.06140	.09692	.03409	.06344	.07620	.03671	.10000	.21140
.01680	.02058	.03609	.09585	.08294	.02917	.05428	.06520	.03141	.08557	.18090
.00496	.00608	.01066	.01645	.09913	.00889	.01655	.01988	.00958	.02609	.05515
.05063	.06200	.10874	.16780	.26492	1.00211	.15894	.19091	.09196	.25055	.52964
.01419	.01737	.03047	.04702	.07423	.02611	1.00419	.05588	.02692	.07334	.15505
.01104	.01353	.02372	.03661	.05778	.03782	.03782	1.00575	.02105	.05735	.12125
.02624	.03214	.05636	.08697	.13729	.04828	.08986	.10793	1.00863	.13581	.28711
.00911	.01116	.01957	.03019	.04766	.01676	.03120	.03747	.01805	1.01011	.10009
.00585	.00717	.01257	.01939	.03062	.01077	.02004	.02407	.01159	.03159	1.01648

PRODUCTION VECTOR FORECAST

16623.8	17056.7	9477.7	7217.2	3533.8	17865.6	7325.9	6435.9	13016.9	4933.8	2801.9
---------	---------	--------	--------	--------	---------	--------	--------	---------	--------	--------

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Γεωργίου Βαρελά, Γενικά Μαθηματικά. Τόμος I, Θεσσαλονίκη - 'Αθήναι 1970.
2. 'Ιωάννου Λιάκη, Μαθήματα Στατιστικής. Τεύχος II, Θεσσαλονίκη 1976.
3. Δημητρίου Παπαμιχαήλ, Μαθήματα Στατιστικής. 'Αθήναι 1967.
4. Mathematica Balkanica 4. Beograd 1974.
5. Μηνιαίον Δελτίον 'Εμπορικού Βιομηχανικού 'Επιμελητηρίου Θεσσαλονίκης. 'Ιούλιος 1974, τεύχος 7.
6. M. T. Burley, 10 Growth rate tables. Gambridge University Press, 1966.