Α. ΧΑΛΑΤΣΗΣ, Θ. ΚΟΥΦΟΣ, Κ. ΜΠΑΓΙΑΤΗΣ

Η ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΔΕΣΜΗΣ

Εισαγωγή

Αρχικός σκοπός της εργασίας αυτής ήταν να δώσει απάντηση στο ερώτημα: «Οι μαθητές που τελειώνουν τη δεύτερη λυκείου είναι αρκετά προετοιμασμένοι για να παρακολουθήσουν τα μαθηματικά της Α΄ και Δ΄ δέσμης;»

Η μέθοδος που χρησιμοποιήσαμε ήταν η γραπτή εξέταση. Μια δίωρη *γραπτή εξέταση όμως δεν είναι δυνατόν να αποτελέσει δοκιμασία ελέγχου* της αφομοίωσης από τους μαθητές μιας ύλης η διδασκαλία της οποίας διήρκεσε δύο ολόκληρες χρονιές (Μαθηματικά Α΄ και Β΄ λυκείου). Πέραν τούτου είναι φανερό ότι κάθε ενότητα αυτής της ύλης δεν αποτελεί απαραίτητη ή τουλάχιστο εξίσου απαραίτητη υποδομή για τον μαθητή που θα ήθελε να παρακολουθήσει τα Μαθηματικά δέσμης. Απεναντίας, πιστεύουμε ότι μέρος της ύλης, όπως π.χ. το μεγαλύτερο μέρος της Ευκλείδειας Γεωμετρίας, δεν μπορεί να χαρακτηριστεί σαν προαπαιτούμενη γνώση για τα Μαθηματικά δέσμης. Έτσι η επιλογή θεμάτων, που ήταν απαραίτητο να κάνουμε, νομίζουμε ότι είναι και επιτρεπτή.

Φιλοδοξία μας σ' αυτή την έρευνα ήταν πέρα από το να ελέγξουμε το κατά πόσο οι μαθητές κατέχουν μια συγκεκριμένη γνώση-υποδομή, να διακρίνουμε επίσης τον βαθμό της μαθηματικής τους ωριμότητας.

Ακόμα, αν και δεν ήταν στην αρχική μας πρόθεση καταλήξαμε σε μερικά συμπεράσματα που αφορούν την σχολική βαθμολογία.

Η μέθοδος.

α) *Το δείγμα μαθητών.*

Στη γραπτή εξέταση* έλαβαν μέρος 241 μαθητές και μαθήτριες της δεύτερης λυκείου από δύο λύκεια της Κατερίνης, ένα λύκειο του κέντρου της πόλης της Θεσσαλονίκης και ένα λύκειο της Κάτω Τούμπας της Θεσσαλονίκης. Οι μαθητές ανήκαν σε οχτώ συνολικά τμήματα, δύο από καθένα από τα παραπάνω τέσσερα λύκεια.

Η επιλογή των λυκείων δεν έγινε με επιστημονικά τυχαίο τρόπο. Το μόνο όμως κριτήριο για την εκλογή αυτών των λυκείων ήταν το ότι υπήρχαν γνωστοί καθηγητές που προσφέρθηκαν να επιτηρήσουν τους μαθητές στη

* Η εξέταση έγινε κατά το πρώτο δεκαήμερο του Μαΐου του 1988.

διάρκεια της εξέτασης. ΄Ολα τα τμήματα ήταν μικτά και δεν ενδιαφερθήκαμε για σύγκριση της επίδοσης μεταξύ μαθητών και μαθητριών.

Στην πρώτη σελίδα του εντύπου των θεμάτων ζητήσαμε από τους μαθητές να γράψουν:

1) το όνομά τους (προαιρετικά).
2) το λύκειο στο οποίο ανήκουν.
3) τη δέσμη που θα επιλέξουν (αν ήδη αποφάσισαν).
4) το γενικό βαθμό της Α΄ λυκείου.
5) το βαθμό στα Μαθηματικά της Α΄ λυκείου.
6) το βαθμό στα Μαθηματικά της Β΄ λυκείου.

Το όνομα τους έγραψαν όχι περισσότεροι από δέκα μαθητές ή μαθήτριες. Η εμφάνιση του γραπτού αυτών των μαθητών ήταν σχεδόν άριστη.

β) Τα θέματα.

Είδαμε στην εισαγωγή ότι η εξέταση έπρεπε να περιοριστεί σε ένα μέρος της ύλης. Η απόφαση για το ποιο θα ήταν αυτό το μέρος καθορίστηκε από τις ακόλουθες σκέψεις.

Η ανάλυση αντιπροσωπεύει το μισό της ύλης στα Μαθηματικά της Α΄ αλλά και της Δ΄ δέσμης.

Νομίζουμε ακόμα, ότι κανείς δε θα διαφωνούσε με την άποψη πως η ανάλυση πολύ περισσότερο από κάθε άλλη ενότητα απαιτεί για την κατανόηση της μια σοβαρή υποδομή. Χωρίς υπερβολή το σύνολο της ύλης της Γ΄ γυμνασίου και των Α΄ και Β΄ λυκείου η οποία χαρακτηρίζεται σαν ΄Αλγεβρα αποτελεί απαραίτητη υποδομή για μια άνετη αφομοίωση των εννοιών και των τεχνικών της ανάλυσης.

Αυτή η σκέψη, λοιπόν, μας οδήγησε σε ένα πρώτο περιορισμό. Ο περιορισμός αυτός μετασχηματίζει το αρχικό ερώτημα στο εξής ειδικότερο:

«Οι μαθητές που τελειώνουν τη δεύτερη λυκείου είναι αρκετά προετοιμασμένοι για να παρακολουθήσουν την ενότητα της ανάλυσης στα Μαθηματικά δέσμης;»

Οι πιο βασικές γνώσεις και τεχνικές που μπορούν να θεωρηθούν σαν άκρως απαραίτητες για την κατανόηση της ανάλυσης συνοψίζονται στα ακόλουθα αντικείμενα:

1. Χειρισμός των αλγεβρικών παραστάσεων. Λύση εξισώσεων.
2. Ανισότητες.
3. Απόλυτες τιμές.
4. Τριγωνομετρικές συναρτήσεις και
5. Καρτεσιανό επίπεδο.

Τις ασκήσεις που δώσαμε στους μαθητές τις διαλέξαμε από τα παραπάνω θέματα. Δώσαμε έμφαση στις ανισότητες γιατί αφενός μεν θέλαμε σε ένα τουλάχιστο θέμα η εξέταση να είναι ολοκληρωμένη, αφετέρου δε, νομίζουμε πως οι ανισότητες είναι το κλειδί για την ανάλυση.

Ένας ακόμα παράγοντας συνετέλεσε στην εκλογή των θεμάτων. Όλα τα παραπάνω θέματα αντιστοιχούν κυρίως στην ύλη που διδάσκεται στην Α΄ λυκείου. Θεωρήσαμε ότι η εξέταση πάνω σε μια ύλη που δεν διδάχτηκε πρόσφατα είναι μια πιο αξιόπιστη εξέταση γιατί ελέγχει γνώσεις μόνιμα, ως ένα βαθμό, κατασταλαγμένες.

Τα θέματα δόθηκαν σε τέσσερις διαφορετικές και ισοδύναμες κατά την κρίση μας σειρές, προκειμένου να αποκλείσουμε την περίπτωση αντιγραφής. Οι τέσσερις σειρές θεμάτων που χαρακτηρίζονταν από τα γράμματα Α,Β,Γ και Δ μοιράσθηκαν (στην αίθουσα) κατά το σχήμα:

Α Β Α Β Α...
Γ Δ Γ Δ Γ...
Α Β Α Β Α...
Γ Δ Γ Δ Γ...
....

Η σειρά θεμάτων Α ήταν η εξής:

1. Απλοποιήστε τις ακόλουθες παραστάσεις:

α) $12 - 2/\sqrt{3} - \sqrt{1/3}$ β) $((4x + 4)/x + x)/(x - 4/x)$

2. Λύστε την εξίσωση $x^3 + 5x^2 - 4x - 20 = 0$

3. Λύστε τις ακόλουθες ανισότητες:

α) $x^2 > 1$ β) $x^2 < -9$

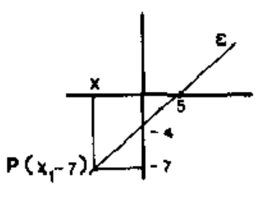
4. Αποδείξτε ότι για κάθε $x \leq 1$ η τιμή της παράστασης

$A = |1 - x| + |x - 2| + 2x - 1$ είναι σταθερή.

5. Αν $|(2x - 3) - (-5)| < 0.001$, αποδείξτε ότι $|x - 1| < 0.0005$.

6. Για ποιές τιμές του x η παράσταση

$A = (2 - x)/\sqrt{(5 - x)} - 2$ έχει νόημα πραγματικού αριθμού;



7. Από το διπλανό σχήμα υπολογίστε
α) Το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας ε, και
β) Την τετμημένη x του σημείου P.

8. Λύστε την εξίσωση συν$(x + \pi/3) = -\sqrt{3}/2$.

9. Σε κάθε μία από τις επόμενες συνεπαγωγές σημειώστε ένα Α, όταν αληθεύει, και ένα Ψ, όταν δεν αληθεύει:

1) $x < y\ 0 \Rightarrow -x^2 < -y^2$
2) $x < y < 0 \Rightarrow 1/x < 1/y$
3) $0 < x < y \Rightarrow 1/x^2 < 1/y^2$
4) $0 < x < y \Rightarrow -1/x < -1/y$
5) $0 < x < 1 \Rightarrow 1/\sqrt{x} < 1$
6) $0 < x < 1 \Rightarrow -\sqrt{x} < 1$

10. Σε κάθε μία από τις επόμενες ανισότητες σημειώστε ένα Α, όταν αληθεύει, και ένα Ψ, όταν δεν αληθεύει:

1) συν$36^\circ > 1/2$
2) συν$48^\circ > \sqrt{2}/2$
3) συν$72^\circ > \sqrt{5}/2$
4) συν$150^\circ > 0$

γ) Η μέθοδος της βαθμολόγησης.

Τα γραπτά βαθμολογήθηκαν με δύο διαφορετικούς τρόπους. Στον ένα χρησιμοποιήθηκε η σχολική κλίμακα 0-20 και γενικά το πνεύμα με το οποίο βαθμολογούνται τα γραπτά των γενικών εξετάσεων. Η δεύτερη βαθμολόγηση έγινε με κριτήρια στα οποία καταλήξαμε στηριζόμενοι στη δουλειά των Malone και άλλων ([1]), Schoenfeld ([2]) και Senk ([3], [4]). Αφού καθορίστηκε μια κλίμακα βαθμολογίας 0-4 παρόμοια με εκείνες που προτείνουν οι Malone και άλλοι ([1]) και Senk ([3]), βαθμολογήσαμε μ' αυτή ένα τυχαίο δείγμα από 12 γραπτά. Η εμπειρία της βαθμολόγησης του δείγματος αυτού μας οδήγησε σε μερική τροποποίηση της κλίμακας. Στην οριστική κλίμακα που καταλήξαμε η αντιστοιχία βαθμών και προόδου προς την λύση ήταν η εξής:

0, Ο μαθητής δε γράφει τίποτε ή τίποτε σωστό.

1, Ο μαθητής επιχειρεί να λύσει την άσκηση αλλά κάνει ένα ή περισσότερα βασικά λάθη. Υπάρχουν σωστά βήματα τα οποία όμως είναι φανερό ότι αποτελούν δευτερεύοντα στοιχεία ως προς το ζητούμενο.

2, Ο μαθητής κάνει τουλάχιστο μια σωστή συνεπαγωγή που αποτελεί ένα βήμα προς τη λύση της άσκησης. Όμως στη συνέχεια κάποιο λάθος ουσίας τον εμποδίζει να φτάσει στη λύση.

3, Ο μαθητής λύνει την άσκηση με μικρά και σαφώς δευτερεύοντα ως προς το ζητούμενο λάθη.

4, Ο μαθητής λύνει την άσκηση με έναν εντελώς σωστό τρόπο.

Με τη δεύτερη αυτή μέθοδο βαθμολογήθηκαν φυσικά μόνο τα οχτώ πρώτα θέματα, αφού το ένατο και το δέκατο θέμα ζητούσαν μόνο μια απάντηση του τύπου «ναι-όχι».

Μπορούμε να ισχυριστούμε πως η κλίμακα που καθορίσαμε ήταν επιτυχής για την εξέταση αυτή, αφού από τα 241*8 = 2000 θέματα δεν υπήρξαν περισσότερα από δέκα για τα οποία να αμφιβάλαμε αν θα΄πρεπε να τα βαθμολογήσουμε με 1 ή 2 είτε με 2 ή 3. Υπήρξε όμως πρόβλημα με τα θέματα 1 και 3 στα οποία οι ερωτήσεις ήταν δύο. Σε αρκετά γραπτά εμφανίζονταν σημαντική διαφορά στην επίδοση μεταξύ των δύο ερωτήσεων. Τις περιπτώσεις αυτές τις αντιμετωπίσαμε βαθμολογώντας άλλοτε με το μέσο όρο και άλλοτε λίγο πάνω ή λίγο κάτω από αυτόν, ανάλογα με τη συνολική εικόνα του θέματος.

δ) Ποιοτική ανάλυση και εκτίμηση των γραπτών.

Η βαθμολογία και με τους δύο τρόπους, όπως περιγράφτηκαν, ταξινομεί τα γραπτά ως προς κάθε θέμα έτσι ώστε αν σε δύο γραπτά μια άσκηση είναι λυμένη σωστά, τότε αυτά παίρνουν τον ίδιο ακριβώς βαθμό (και μάλιστα τον *υψηλότερο της κλίμακας*), κι *αν ακόμα οι τρόποι* με τους οποίους λύθηκαν διαφέρουν ριζικά. Ανάλογα, αν και όχι τόσο άκαμπτα, αντιμετωπίζονται και οι λανθασμένες ασκήσεις.

Νομίζουμε ότι θα μας διέφευγε ένα σημαντικό μέρος της πληροφορίας που μπορούμε να αποκομίσουμε από τα γραπτά των μαθητών, αν αρκούμασταν μόνο στη βαθμολογία τους με τον ένα ή τον άλλο τρόπο.

Το παράδειγμα που ακολουθεί στηρίζει ίσως αρκετά πειστικά τον ισχυρισμό μας:

Το δεύτερο σκέλος του τρίτου θέματος στη σειρά Α των θεμάτων είναι η άσκηση: «Λύστε την ανισότητα: $x^2 < -9$»

Μπορούμε να πούμε με βεβαιότητα πως όλοι οι μαθητές από την Β΄ γυμνασίου ξέρουν πια καλά ότι το γινόμενο δύο θετικών ή δύο αρνητικών αριθμών *είναι πάντοτε αριθμός* θετικός. *Έτσι, πολύ περισσότερο*, ξέρουν *ότι το τετράγωνο* ενός αριθμού είναι μη αρνητικός αριθμός. Άρα δεν υπάρχει x έτσι ώστε $x^2 < -9$.

Όμως η ανισότητα $x^2 < -9$ είναι μια ανισότητα δευτέρου βαθμού ($\alpha x^2 + \beta x + \gamma < 0$) και υπάρχει γνωστή διαδικασία για τη λύση της. Η γνώση όμως αυτής της διαδικασίας είναι από άποψη πολυπλοκότητας ανωτέρου βαθμού από τη γνώση του γεγονότος ότι το τετράγωνο κάθε αριθμού είναι μη αρνητικός αριθμός.

Αν ένας μαθητής δει την ανισότητα $x^2 < -9$ σαν μία οποιαδήποτε ανισότητα δευτέρου βαθμού και προχωρήσει προς τη λύση της με τη γενική διαδικασία, τότε εμείς συμπεραίνουμε ότι η μαθηματική ωριμότητα του μαθητή δεν είναι η επιθυμητή. Αν εφαρμόσει σωστά τη διαδικασία και καταλήξει (*στο φανερό συμπέρασμα*) ότι η ανισότητα δεν έχει λύση, τότε θα λέγαμε ότι το σχολείο κατάφερε να μεταδώσει στο μαθητή κάποιες γνώσεις για τις ανισότητες όμως δεν μπορούμε να δεχτούμε ότι υπήρξε εξίσου αποτελεσματικό στην ανάπτυξη της κριτικής του ικανότητας. Ο μαθητής δε στάθηκε κριτικά μπροστά στο πρόβλημα που του παρουσιάστηκε, ακολούθησε την πεπατημένη.

Δύο από τα θέματα μελετήθηκαν με το πνεύμα που αντιστοιχεί στις παραπάνω απόψεις.

Στατιστική επεξεργασία των δεδομένων

α) Συμβολισμοί.

Οι τέσσερις δέσμες αναφέρονται σαν: Α δέσμη, Β δέσμη, Γ δέσμη και Δ δέσμη.

Οι τέσσερις σειρές θεμάτων αναφέρονται σαν: σειρά Α, σειρά Β, σειρά Γ και σειρά Δ.

Τα τέσσερα Λύκεια στα οποία φοιτούν οι μαθητές που έλαβαν μέρος στην εξέταση αναφέρονται με τον αύξοντα αριθμό της περιοχής που ανήκουν μια και δεν τυχαίνει να υπάρχει σύμπτωση αριθμού. Έτσι έχουμε το 1ο Λύκειο, το 3ο Λύκειο, το 4ο Λύκειο και το 10ο Λύκειο. Οι γενικοί βαθμοί της Α΄ Λυκείου καταχωρούνται με τη μεταβλητή ΒΑ ενώ οι βαθμοί των μαθηματικών της Α΄ Λυκείου και Β΄ Λυκείου καταχωρούνται με τις μεταβλητές ΜΑ και ΜΒ αντίστοιχα.

Οι βαθμοί των θεμάτων 1, 2,... 10, ως προς την κλίμακα 0-20 καταχωρούνται με τις μεταβλητές αντίστοιχα $C_1, C_2, \ldots, C_{10}$ ενώ οι βαθμοί ως προς την κλίμακα 0-4 με τις μεταβλητές αντίστοιχα $M_1, M_2, \ldots, M_{10}$. Ορίζουμε και τη μεταβλητή C_{11} με τη σχέση: $C_{11} = (C_1 + C_2 + \ldots + C_{10})/10$.

Δε χρησιμοποιούμε ανάλογη μεταβλητή για τη βαθμολογία της κλίμακας 0-4, γιατί το πνεύμα αυτής της βαθμαολογίας δεν είναι δυνατό να δώσει ένα λογικό νόημα στο μέσο όρο. Η βαθμολογία αυτή δεν είναι αναλογική.

β) Τα δεδομένα.

Οι ακόλουθοι πίνακες ταξινομούν τους μαθητές που έλαβαν μέρος στην εξέταση.

1) κατά Λύκειο:

Λύκειο	**Συχνότητα**	**Ποσοστό %**
1ο	62	25.7
10ο	53	22.0
3ο	52	21.6
4ο	74	30.7

Πίνακας 1

2) κατά Δέσμη*

Δέσμη	Συχνότητα	Ποσοστό %	Ισχύον Ποσοστό %
Α	51	21.2	21.4
Β	28	11.6	11.8
Γ	61	25.3	25.6
Δ	98	40.7	41.2
δε δήλωσαν	3	1.2	—

Πίνακας 2

* Παρένθεση:

(Τα ποσοστά υποψηφίων κατά δέσμη για τις γενικές εξετάσεις του 1988 δίνονται από τον ακόλουθο πίνακα:

Δέσμη	Συχνότητα	Ποσοστό %
Α	32.252	23.88
Β	10.704	7.93
Γ	37.511	27.77
Δ	54.570	40.41

Πίνακας 3

Η σύγκριση των δύο παραπάνω πινάκων δείχνει ότι το δείγμα μας ήταν αντιπροσωπευτικό και ως προς την κατανομή των μαθητών σε δέσμες).

3) κατά τη γενική βαθμολογία της Α΄ λυκείου (ΒΑ):

Βαθμολογία	Συχνότητα	Ποσοστό %	Ισχύον ποσοστό %
10-14	29	12	13.1
14.1-16	47	19.5	21.2
16.1-17.5	52	21.6	23.4
17.6-18.5	47	19.5	21.2
18.6-20	47	19.5	21.2
δεν ανέφεραν	19	7.9	—

Πίνακας 4

4) Κατά τη βαθμολογία στα μαθηματικά της Α΄ λυκείου (ΜΑ):

Βαθμολογία	Συχνότητα	Ποσοστό %	Ισχύον ποσοστό %
9 ή 10 ή 11	17	7.1	7.7
12 ή 13 ή 14	47	19.5	21.2
15 ή 16	46	19.1	20.7
17 ή 18	59	24.5	26.6
19 ή 20	53	22.0	23.9
Δεν ανέφεραν	19	7.9	—

Πίνακας 5

5) κατά τη βαθμολογία στα μαθηματικά της Β΄ λυκείου (ΜΒ):

Βαθμολογία	Συχνότητα	Ποσοστό %	Ισχύον ποσοστό %
9 ή 10 ή 11	23	9.5	9.9
12 ή 13 ή 14	65	27.0	27.9
15 ή 16	42	17.4	18.0
17 ή 18	59	24.5	25.3
19 ή 20	43	17.8	18.5
Δεν ανέφεραν	9	3.7	—

Πίνακας 6

Ο ακόλουθος πίνακας δίνει τη μέση τιμή για κάθε μια από τις μεταβλητές ΒΑ, ΜΑ, ΜΒ, και Μ = (ΜΑ + ΜΒ)/2.

Μεταβλητή	Μέση τιμή
ΒΑ	16.9693
ΜΑ	16.0920
ΜΒ	15.5896
Μ	15.8408

Πίνακας 7

Παρατηρούμε ότι η μέση γενική βαθμολογία στην Α΄ λυκείου είναι ο βαθμός 17. *Αν σκεφτούμε ότι αυτός ο βαθμός για την κλίμακα 0-10 είναι το* 8.5, που για το πανεπιστήμιο χαρακτηρίζεται σαν άριστα, διαπιστώνουμε ξανά, το πολύ γνωστό στον εκπαιδευτικό κόσμο φαινόμενο, ότι η βαθμολογία στα σχολεία έχει μετατοπιστεί τα τελευταία χρόνια τόσο ψηλά που χαρακτηρισμοί σαν τους:
«πήρε πολύ καλούς βαθμούς» ή «είναι αριστούχος μαθητής» έχουν χάσει πια το αρχικό τους νόημα.

Δεν πιστεύουμε όμως ότι αυτή η μετατόπιση είναι ένα κακό που πρέπει εξάπαντος να καταπολεμηθεί. Δεν έχουμε στα χέρια μας μια τεκμηριωμένη ενοχοποίηση. Μια σοβαρή μελέτη των αιτιών και κυρίως των επιπτώσεων αυτής της τάσης, λοιπόν, είναι απαραίτητη. Ήδη μέσα από την εργασία αυτή, όπως θα δούμε παρακάτω, προκύπτουν κάποια στοιχεία τα οποία μας επιτρέπουν να έχουμε και μια θετική θεώρηση του φαινομένου.

Παρακάτω, οι συγκρίσεις της συμβατικής βαθμολογίας (0-20) ανάμεσα στα λύκεια, δέσμες κ.τ.λ. έγιναν με την τεχνική της ανάλυσης διασποράς (ANOVA) και στη συνέχεια τα δείγματα χωρίστηκαν σε ομάδες κατά μέσο όρο ισοδύναμες. Οι συγκρίσεις της βαθμολογίας κατά Senk (κλίμακα 0-4) έγιναν με το μη παραμετρικό test των Kruskal-Wallis.
Ο πίνακας συσχέτισης των μεταβλητών ΒΑ, ΜΑ, ΜΒ, και Μ = (ΜΑ + ΜΒ)/2:

Συσχετιζόμενες μεταβλητές	ΒΑ	ΜΑ	ΜΒ	Μ
ΒΑ	1.000	0.8187**	0.7675**	0.8260**
ΜΑ	0.8187**	1.0000	0.8417**	0.9582**
ΜΒ	0.7675**	0.8417**	1.0000	0.9610**
Μ	0.8260**	0.9582**	0.9610**	1.0000

(Significance: *—.01, **—.001),

Πίνακας 8

δείχνει υψηλή συσχέτιση ανάμεσά τους. Μαθητές δηλ. με μεγάλο γενικό βαθμό έχουν ανάλογους βαθμούς και στα μαθηματικά και αντίστροφα. Και ο κανόνας αυτός δεν ισχύει με πιθανότητα μόνο 1 στα 1000 (Significance = 0.001).

Ο πίνακας σύγκρισης των γενικών βαθμών της Α΄ λυκείου κατά δέσμη.

Μέσος όρος του ΒΑ	Δέσμη
15.8966	Δ
17.4153	Γ*
17.7553	Α*
18.0741	Β*

Πίνακας 9

(Το * σημαίνει στατιστικά σημαντική διαφορά στο επίπεδο του 0.05)
δείχνει μια σαφή υστέρηση των μαθητών που σκοπεύουν να ακολουθήσουν τη Δ δέσμη έναντι των μαθητών που θα διαλέξουν μια από τις τρεις άλλες δέσμες. Ακριβώς με τη σειρά Γ, Α, Β και όσον αφορά τη μεταβλητή ΒΑ οι μαθητές που αποφάσισαν να ακολουθήσουν αυτές τις δέσμες μπορούν να θεωρηθούν ενταγμένοι στην ίδια ομάδα ενώ οι μαθητές της Δ δέσμης αποτελούν μια άλλη ομάδα.

Το ακόλουθο σχήμα δίνει μια οπτική ερμηνεία του παραπάνω συμπεράσματος:

(Δ) ———————— (Γ Α Β)
15,9   17,4 17,7 18,0

Η πιθανότητα ένας μαθητής που δήλωσε ότι θα ακολουθήσει την Δ δέσμη να βρίσκεται από άποψη γενικού βαθμού της Α΄ λυκείου ανάμεσα στους μαθητές που δήλωσαν μια από τις δέσμες Γ, Α, Β είναι 5 στα 100 (Significance: 0.05).

Παραθέτουμε παρακάτω τους πίνακες σύγκρισης (κατά δέσμη) των βαθμών στα μαθηματικά της Α΄ λυκείου (πίνακας 10) και των βαθμών στα μαθηματικά της Β΄ λυκείου (πίνακας 11).

Μέσος όρος του ΜΑ	**Δέσμη**
14.6724	Δ
15.7931	Γ*
17.8980	Α**
18.0385	Β**
(Significance: 0.05)	

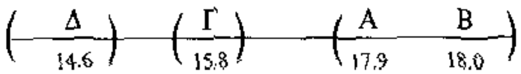
Πίνακας 10

Μέσος όρος του ΜΒ	**Δέσμη**
13.9583	Δ
15.2881	Γ*
17.4074	Β**
17.6531	Α**
(Significance: 0.05)	

Πίνακας 11

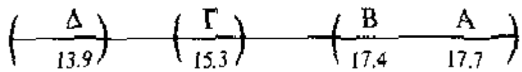
Τα συμπεράσματα των *πινάκων 10 και 11 αποδίδονται από τα σχήματα* αντίστοιχα 2 και 3:

MA:



σχήμα 2

MB:



σχήμα 3

Τα σχήματα 2 και 3 είναι εξαιρετικά εύγλωττα. Έτσι η λεκτική αποκω-*δικοποίηση* της πληροφορίας που περιέχουν είναι περιττή.

Θα παρατηρήσουμε μονάχα ότι οι μαθητές που διαλέγουν τη Δ δέσμη είναι οι πιο αδύνατοι στα μαθηματικά και αυτό έρχεται σε αντίφαση με το γεγονός ότι τα μαθηματικά είναι μάθημα δέσμης γι' αυτούς και μάλιστα το βασικό με τις τελευταίες ρυθμίσεις των γενικών εξετάσεων.

Βέβαια πρέπει να ομολογήσουμε πως κομίζουμε γλαύκα εις Αθήνας, αφού η αντίφαση που διατυπώσαμε παραπάνω είναι το ισχυρότερα τεκμηρι-*ωμένο συμπέρασμα που συνάγεται κάθε* χρόνο από τα αποτελέσματα των γενικών εξετάσεων.

Η σύγκριση των μεταβλητών ΒΑ, ΜΑ και ΜΒ κατά Λύκειο και η ομαδοποίησή τους αποδίδεται από τα ακόλουθα σχήματα:
(Significance: α = 0.05).

BA: (10ο 1ο 4ο) (3ο)

(σχήμα 4)

MA: (10ο 1ο 4ο) (3ο)

(σχήμα 5)

MB: (1ο 10ο) (4ο 3ο)

(σχήμα 6)

Υπάρχει λοιπόν μια σαφής υπεροχή του 3ου Λυκείου.

Στη συνέχεια παραθέτουμε τη στατιστική επεξεργασία της βαθμολογίας μας.

Η σύγκριση και των δύο βαθμολογιών κατά σειρά θεμάτων έδειξε ότι δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά βαθμολογίας ανάμεσα στις τέσσερις σειρές θεμάτων. Οι πίνακες 12 και 13 αφορούν τις μεταβλητές C_2 και M_2 αντίστοιχα. Ανάλογη είναι η εικόνα και για τις άλλες μεταβλητές.

Σειρά θεμάτων	**Συχνότητα**	**Μέση τιμή**	**Τυπική απόκλιση**	**Τυπικό σφάλμα**
Α	63	14.3810	8.1189	1.0229
Β	62	12.9355	8.6647	1.1004
Γ	58	14.5690	8.3647	1.0983
Δ	58	13.5000	8.4982	1.1159

(Propability F = 0.6809)

Πίνακας 12

Σειρά θεμάτων	**Συχνότητα**	**Μέση τάξη**
Α	63	124.51
Β	62	117.89
Γ	58	128.34
Δ	58	113.17

(Significance = 0.6463)

Πίνακας 13

Έτσι μπορούμε να ισχυριστούμε, τεκμηριωμένα πια, πως τα θέματα ήταν ισοδύναμα και στις τέσσερις σειρές, αφού η κατανομή των μαθητών ως προς τις σειρές θεμάτων ήταν τελείως τυχαία. Η ιδέα, λοιπόν, να δοθούν περισσότερες σειρές θεμάτων, προκειμένου να μην μπουν οι μαθητές στον πειρασμό να δουν το γραπτό του διπλανού τους, δε μείωσε την αξιοπιστία της εξέτασης.

Τα αποτελέσματα από τα tests σύγκρισης και των δύο βαθμολογιών κατά λύκειο δίνουν ένα σημαντικό προβάδισμα στο 3ο λύκειο. Ο πίνακας 14 αφορά την μεταβλητή C_{11}. Ανάλογη είναι η συνολική εικόνα και για τις μεταβλητές M_1 ,..., M_{10}.

Μέση τιμή της C_{11}	**Λύκειο**
6.5902	1ο
7.4608	4ο
8.5774	10ο*
10.5077	3ο***

Πίνακας 14

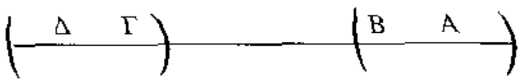
Το * σημειώνει στατιστικά σημαντική διαφορά στο επίπεδο του 0.05 δηλ. η πιθανότητα να μην ισχύει είναι 5 στα 100.

Το πρώτο * σημειώνει τη διαφορά από την πρώτη ομάδα το δεύτερο από τη δεύτερη και το τρίτο από την τρίτη. Έτσι το 3ο Λύκειο παρουσιάζει στατιστικώς σημαντική διαφορά από όλα τα άλλα. Το 10ο διαφέρει από το 1ο. Στις μεταξύ τους σχέσεις άλλη στατιστικώς σημαντική διαφορά δε σημειώνεται.

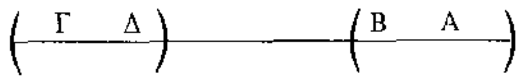
Το αποτέλεσμα αυτό βρίσκεται σε συμφωνία με το προβάδισμα που είχε το 3ο Λύκειο και ως προς τη σχολική βαθμολογία.

Τα θέματα 9 και 10 ήθελαν μια απάντηση του τύπου ΝΑΙ-ΟΧΙ. Το test x^2 στις τιμές των μεταβλητών C_9, M_9 και C_{10}, M_{10} έδειξαν ότι οι μαθητές δεν απάντησαν στην τύχη.

Τα αποτελέσματα των tests σύγκρισης της βαθμολογίας κατά δέσμη για κάθε μια από τις μεταβλητές C –C ή M –M παρουσιάζουν την εικόνα:



ή σπανιότερα την εικόνα:



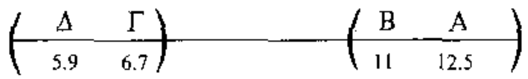
Ειδικά το test ως προς τη μεταβλητή C_{11} μας έδωσε τον πίνακα:

Μέση τιμή της C_{11}	**Δέσμη**
5.9418	Δ
6.7156	Γ
10.9889	Β**
12.5049	Α**

(Το * σημειώνει στατιστικώς σημαντική διαφορά στο επίπεδο του 0.05).

Πίνακας 15

Ο πίνακας 15 αντιστοιχεί στο σχήμα ομαδοποίησης:



σχήμα 7

Συγκρίνοντας τους πίνακες 11 και 15 ή τα σχήματα αντίστοιχα 3 και 7 έχουμε να κάνουμε δύο παρατηρήσεις:

α) Η επίδοση στη δική μας εξέταση των μαθητών που δήλωσαν ότι θα ακολουθήσουν τη Γ δέσμη είναι κατώτερη από τη σχολική τους επίδοση στα μαθηματικά (σχήμα 3 - σχήμα 7).

Η ερμηνεία που δίνουνε για τη στατιστικώς σημαντική αυτή διαφορά είναι η εξής: Οι υποψήφιοι της Γ δέσμης, κατά πλειοψηφία μαθήτριες, είναι πιο ευσυνείδητοι μπροστά στο καθήκον της καθημερινής προετοιμασίας για το σχολείο. Όμως επειδή το ενδιαφέρον τους για τα μαθηματικά στη Β΄ λυκείου μηδενίζεται πια, η απόδοση της προσπάθειας τους δεν πάει πολύ πέρα από το εφήμερο.

β) Η διάταξη κατά δέσμη των επιδόσεων στη δική μας εξέταση είναι ίδια με εκείνη των σχολικών επιδόσεων. Όμως οι απόλυτες τιμές διαφέρουν ριζικά. Και ενώ οι μαθητές της Α δέσμης από το 17.7 πέφτουν στο 12.5 και ανάλογη είναι η πτώση της επίδοσης και των μαθητών της Β δέσμης, οι μαθητές της Γ και Δ δέσμης δεν πετυχαίνουν ούτε το μισό του σχολικού τους βαθμού.

Η ερμηνεία της διαφοράς αυτής είναι απλή.

Το 33% των θεμάτων βαθμολογήθηκαν με μηδέν. Το ποσοστό αυτό για τους μαθητές της Δ δέσμης είναι πολύ μεγαλύτερο. Αυτά τα μηδέν είναι αυτονόητο ότι παρασύραν την μέση βαθμολογία αρκετά χαμηλά.

Από την άλλη μεριά, η κατώτερη σχολική βαθμολογία (αναφερόμαστε στο βαθμό των μαθηματικών της Β΄ Λυκείου) είναι το 9 και, όπως φαίνεται από τον πίνακα 6, το ποσοστό των μαθητών με βαθμολογία μικρότερη του 12 είναι μόλις 10%. Έτσι η βαθμολογία στο σχολείο ξεκινώντας από αρκετά υψηλά δίνει μέση βαθμολογία ακόμα υψηλότερη.

΄Ομως γιατί; Γιατί εμείς βαθμολογήσαμε και με μηδέν και με 3 ή με 5 κ.τ.λ., ενώ στο σχολείο αρχίζουν ουσιαστικά από το 10; Μήπως τα θέματά *μας ήταν δύσκολα; Οι ασκήσεις που δώσαμε για λύση ήταν σχεδόν από τις πιο απλές* που αντιμετωπίζει καθημερινά στο σχολείο ο μαθητής. ΄Αρα η δυσκολία των θεμάτων με κανένα τρόπο δεν υπερέβαινε τη δυσκολία που θέτει το ίδιο το σχολείο. Εξάλλου τα θέματα έπρεπε να κινηθούν στο επίπεδο της σχολικής δυσκολίας γιατί ο στόχος μας ήταν να ελεγχθεί αν αφομοιώθηκε επαρκώς η μέχρι ενός σημείου παρασχεθείσα από το σχολείο γνώση.

Βέβαια στην εξέτασή μας ο μαθητής αντιμετώπισε ασκήσεις από έναν ευρύτερο χώρο και όχι από μια περιορισμένη περιοχή όπως στο μάθημα της μέρας. Αυτό όντως είναι μια διαφορά. ΄Ομως δε νομίζουμε ότι είναι ικανή να εξηγήσει τη σημαντική διαφορά βαθμολογίας που παρουσιάστηκε.

Στο σχολείο ουσιαστικά δε χρησιμοποιούν βαθμούς κάτω του 10 και όπως τονίσαμε και σε άλλο σημείο η όλη βαθμολογία είναι μετατοπισμένη τόσο υψηλά έτσι που ο μέσος μαθητής είναι αυτός που έχει το βαθμό 17.

Σε μια εκπαίδευση με καθολική σχεδόν φοίτηση στο λύκειο, τουλάχιστο στις αστικές περιοχές από όπου είναι και το δείγμα μας, με ενιαίο πρόγραμμα μαθηματικών για τους πάντες μέχρι και την Β΄ λυκείου, με τμήματα της ύλης αυτού του προγράμματος τέτοια που ολοφάνερα ξεπερνούν την ικανότητα αφομοίωσης για την αντίστοιχη ηλικία (τραγικό δείγμα τα παλαιά βιβλία της Α΄ και Β΄ γυμνασίου), είναι σχεδόν βέβαιο πως ο ζωντανός οργανισμός της εκπαιδευτικής κοινότητας έτσι θα αντιδρούσε. Θα απέρριπτε τη χρήση των βαθμών που απορρίπτουν.

Αν δε γινόταν έτσι, τότε η εικόνα στα σχολεία θα ήταν αυτή που παρουσιάζουν οι βαθμολογίες των γενικών εξετάσεων:

48.43% κάτω από τη βάση στα μαθηματικά της Α΄ δέσμης.

63.67% κάτω από τη βάση στα μαθηματικά της Δ΄ δέσμης.

Το test x^2-ομογένειας των βαθμών στα διάφορα θέματα ως προς το σχολικό βαθμό δίνει υψηλό βαθμό ομογένειας.

(significance < 0.001).

Παραδείγματος χάριν ο αντίστοιχος πίνακας για τη μεταβλητή M_2 ως *προς το βαθμό των μαθηματικών της Α΄ Λυκείου* είναι ο ακόλουθος:

M2 \ MA	9-11	12-14	15-16	17-18	19-20	SUM
0	6	18	6	7	1	38
1	2	4	5	4	0	15
2	2	5	7	4	1	19
3	0	2	7	5	5	19
4	7	18	21	39	46	131
SUM	17	47	46	59	53	222

(Significance: 0.0000)

Πίνακας 16

Η εικόνα για όλες τις μεταβλητές $C_1, ..., C_{10}, M_1, ..., M_{10}$ ως προς τις μεταβλητές BA, MA, MB είναι ανάλογη.

Τα αποτελέσματα αυτά μας δίνουν μια τεκμηριωμένη επιβεβαίωση ότι η σχολική βαθμολογία, παρόλο που είναι μετατοπισμένη υψηλά, είναι ισχυρά αντικειμενική. Οι μαθητές απέδωσαν στη δικιά μας εξέταση (μια τυχαία εξέταση) ευθέως ανάλογα ως προς τη βαθμολογία που είχαν στο σχολείο. Με απλά λόγια, οι καλύτεροι μαθητές έγραψαν και καλύτερα.

Ας δούμε όμως τώρα τα δεδομένα που θα μας βοηθήσουν να απαντήσουμε στο αρχικό ερώτημα.

Στη βαθμολογία της κλίμακας *0-4 τα ποσοστά των μαθητών που βαθμολογήθηκαν* με 3 ή 4 (ποσοστά επιτυχίας) καταχωρούνται στον πίνακα:

	Α΄ ΔΕΣΜΗ	**Δ΄ ΔΕΣΜΗ**	**ΣΥΝΟΛΟ**
M_1	74.5	30.6	47.7
M_2	90.2	52.0	66.8
M_3	45.1	21.4	25.7
M_4	51.0	14.3	25.3
M_5	49.0	12.2	22.4
M_6	37.3	6.1	15.3
M_7	35.3	5.1	14.9
M_8	60.8	19.4	29.8
SUM	55.4	20.1	31.0

Πίνακας 17

(*) Τα θέματα 9 και 10 δε βαθμολογήθηκαν με την κλίμακα 0-4. Γι' αυτό τα αποτελέσματά μας ως προς τη βαθμολογία αυτή αφορούν τα 8 πρώτα θέματα.

Μια δεύτερη θεώρηση των αποτελεσμάτων ως προς τη βαθμολογία 0-4 δίνεται από τον ακόλουθο πίνακα. Οι σειρές του πίνακα αντιστοιχούν στις δέσμες. Οι στήλες του πίνακα καταγωρίζουν το πλήθος των μαθητών που απάντησαν σωστά (δηλ. βαθμολογήθηκαν με 3 ή 4) σε 1 μόνο θέμα, σε 2 μόνο θέματα, ..., σε 8 θέματα από τα 8. Μια ακόμη στήλη συγκεντρώνει το πλήθος των μαθητών που απάντησαν σωστά σε 4 ή και περισσότερα θέματα. Η τελευταία στήλη καταχωρίζει το πλήθος των μαθητών κατά δέσμη.

	1	2	3	4	5	6	7	8	>4	Μαθητές
Α	4	9	6	5	5	4	8	7	29	51
Β	6	4	2	3	3	1	5	2	14	28
Γ	16	11	5	7	1	2	0	0	10	61
Δ	21	17	7	7	5	1	2	1	16	98
SUM	47	41	20	22	14	8	15	10	69	238

Πίνακας 18

Αν θεωρήσουμε ως επιτυχία στην εξέταση το να απαντήσει ένας μαθητής σωστά σε 4 ή περισσότερα θέματα από τα 8, τότε τα ποσοστά επιτυχίας δίνονται από τον ακόλουθο πίνακα:

Δέσμη	**Ποσοστό επιτυχίας**
Α	29/51 = 0.57
Β	14/28 = 0.50
Γ	10/61 = 0.16
Δ	16/98 = 0.16
Σύνολο	69/238 = 0.29

Πίνακας 19

Παρατηρούμε ότι αυτή η δεύτερη θεώρηση, που φαίνεται και πιο σωστή, αφήνει σχεδόν αμετάβλητο το ποσοστό επιτυχίας των μαθητών της Α δέσμης, ενώ μειώνει σημαντικά εκείνο των μαθητών της Δ δέσμης.

Αν θεωρούσαμε ως επιτυχία το να απαντήσει ένας μαθητής σωστά σε 5 ή και περισσότερα θέματα από τα 8, τότε τα ποσοστά επιτυχίας θα ήταν:

ΔΕΣΜΗ	Ποσοστά επιτυχίας
Α	24/51 = 0,47
Β	11/28 = 0.39
Γ	3/61 = 0.05
Δ	9/98 = 0.09
Σύνολο	47/238 = 0.20

Πίνακας 20

Παρατηρούμε τώρα πως τα ποσοστά της Γ και Δ δέσμης είναι απελπιστικά.

Στον ακόλουθο πίνακα καταχωρίζεται η βαθμολογία της κλίμακας 0-20. Η πρώτη στήλη περιέχει το εκατοστιαίο ποσοστό των μαθητών που πήραν 20 ακριβώς, στη δεύτερη, βαθμό ≥16 και όμοια στις άλλες στήλες βαθμό ≥14, ≥12, ≥10.

	Α΄ δέσμη					Δ΄ δέσμη				
	20	≥16	≥14	≥12	≥10	20	≥16	≥14	≥12	≥10
C_1	54	72	72	84	88	17	24	31	36	47
C_2	82	88	90	94	94	39	43	46	46	52
C_3	38	42	46	54	68	7	12	19	23	34
C_4	34	42	44	46	46	6	11	14	14	14
C_5	34	34	36	36	36	11	11	12	13	15
C_6	34	42	44	56	56	3	3	4	5	10
C_7	20	28	34	34	34	4	4	4	5	6
C_8	36	48	50	50	54	12	14	17	20	20
C_9	24	48	62	74	74	9	19	36	36	57
C_{10}	34	34	52	52	74	11	11	27	32	53
C_{11}	39	47	53	58	62	12	15	21	23	31

Πίνακας 21

Από τα δεδομένα που καταχωρίζονται στους πίνακες 17, 18, 19, 20 και 21 συμπεραίνουμε τα εξής:

i) Και με τα πιο αυστηρά κριτήρια το 50% των μαθητών που δήλωσαν ότι θα διαλέξουν την Α΄ δέσμη, μπορούν να παρακολουθήσουν τα μαθηματικά αυτής της δέσμης. Όμως και με τα πιο ελαστικά κριτήρια (βλέπε πίνακα 21) αυτό το ποσοστό δεν ξεπερνά και πολύ το 60%. Συμπερασματικά ένα ποσοστό 40-45% δεν έχει τα εφόδια να κατανοήσει τα μαθηματικά της δέσμης. Σημειωτέον, αυτό είναι κάθε χρόνο και το ποσοστό των μαθητών της Α΄ δέσμης που δεν πιάνει τη βάση στα μαθηματικά.

ii) Για τους μαθητές της Δ΄ δέσμης τα δεδομένα δε μας επιτρέπουν να έχουμε *μια απάντηση*, τόσο στερεή όσο αυτή που αφορούσε τους μαθητές της Α δέσμης. Χρησιμοποιώντας τα ίδια κριτήρια, τα αντίστοιχα ποσοστά για *τους μαθητές της Δ΄ δέσμης* κυμαίνονται μεταξύ του *10%* και *30%*. *(Διακύμανση πενταπλάσια από την προηγούμενη).*

Χρησιμοποιώντας αρκετά ελαστικά κριτήρια (βλέπε πίνακα 17 και πίνακα 21, στήλη ≥ 12) καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι το ποσοστό των μαθητών της Δ δέσμης που κρίνονται ως μετρίως προετοιμασμένοι να παρακολουθήσουν τα μαθηματικά της δέσμης αυτής κατά κανένα τρόπο δεν ξεπερνά το 25%. **Κατά συνέπεια** τουλάχιστο το 75% των μαθητών που θα δηλώσουν τη Δ΄ δέσμη δεν έχουν την απαραίτητη προετοιμασία για να παρακολουθήσουν τα μαθηματικά αυτής της δέσμης.

Παραθέτουμε ακόμα λίγα στατιστικά δεδομένα που αφορούν την ποιοτική ανάλυση των γραπτών.

Την ανισότητα της μορφής $x^2 < -9$, από τους 100 μαθητές:

1) Οι 70 προσπάθησαν να την λύσουν με τη γενική μέθοδο (θεωρώντας τη σαν μια ανισότητα της μορφής $\alpha x^2 + \beta x + \gamma < 0$).

2) Οι 14 δεν προσπάθησαν να την λύσουν.

3) Από τους προηγούμενους 70 μόνο οι 4 κατέληξαν στη σωστή λύση.

4) *16 μαθητές έκαναν τη σκέψη ότι* $x^2 \geq 0$, x R επομένως η ανισότητα $x^2 < -9$ δεν έχει λύση.

5) Οι 11 από τους παραπάνω 16 μαθητές δήλωσαν ότι θα ακολουθήσουν την Α΄ δέσμη.

Στο ερώτημα του 10ου θέματος αν είναι σωστή ή λανθασμένη η ανισότητα:

$$\text{συν}72^\circ > \sqrt{5}/2$$

(Σημείωση: *Είναι στοιχειώδης η γνώση ότι συνx* ≤ 1 *και προφανές* ότι $\sqrt{5}/2 > 1$) έδωσαν τη σωστή απάντηση το 51% των μαθητών και λανθασμένη το 49%.

Το αποτέλεσμα δηλ. είναι σαν να απάντησαν τυχαία. Ο ισχυρός παράγοντας μιας στοιχειώδους γνώσης, συνεπώς κατά τα αναμενόμενα καλά αφομοιωμένης γνώσης, δεν επέδρασε σχεδόν καθόλου. Αν λάβουμε υπόψη μας αφενός ότι τα άλλα τρία ερωτήματα του 10ου θέματος προϋπέθεταν για την απάντηση τους πιο εξειδικευμένη γνώση και αφετέρου το γεγονός ότι το ποσοστό επιτυχίας σε αυτά ήταν πολύ μεγαλύτερο, τότε παρατηρούμε ότι και στο θέμα αυτό παρουσιάζεται το ίδιο φαινόμενο που παρατηρήσαμε και στο 3ο θέμα (ανισότητα $x^2 < -9$). Ότι δηλ. οι μαθητές μαθαίνουν να εφαρμόζουν διαδικασίες και αλγόριθμους, όμως όταν τα πράγματα γίνουν απλούστερα από την διδαχθείσα ρουτίνα, τότε ούτε τη ρουτίνα μπορούν να εφαρμόζουν, αλλά ούτε και να απαλλαγούν από αυτήν τα καταφέρνουν.

Τέλος, ας σημειώσουμε κάποια στατιστική παρατήρηση που βγαίνει από τον πίνακα 21.

Αν θεωρήσουμε τα 8 πρώτα θέματα στη Α δέσμη παρατηρούμε πως από το σύνολο των 476 προβιβάσιμων βαθμών (άθροισμα της στήλης $\geq$*10* μέχρι και το C) οι 342 είναι 20άρια, ένα ποσοστό 72%. Στα θέματα 9 και 10 που από τη φύση τους επιβάλλουν μια κλιμακωτή βαθμολογία το ποσοστό αυτό είναι *μόνο 46% για το 10ο θέμα που είχε* 4 *ερωτήσεις* και μόνο 32% *για το 9ο θέμα* που είχε 6 ερωτήσεις. Τα αντίστοιχα ποσοστά για τη Δ δέσμη είναι 50%, 20% και 16%.

Θα αναρωτηθεί κανείς γιατί έχουμε μια τόσο ευρεία κλίμακα βαθμολογίας, 0-20, αφού ουσιαστικά δε διαθέτουμε μια αντίστοιχη λεπτομερή διακριτική ικανότητα βαθμολόγησης;

Συμπεράσματα

α) Η απάντηση την οποία έχουμε να δώσουμε στο αρχικό μας ερώτημα είναι ότι, τουλάχιστο το 40% των μαθητών της Α δέσμης και το 75% των μαθητών της Δ δέσμης, κρίνονται απροετοίμαστοι για να παρακολουθήσουν τα μαθηματικά δέσμης. Πέρα από κάθε αμφιβολία, αυτό το 40% της Α δέσμης *δεν είναι ενθαρρυντικό ενώ το 75% της Δ δέσμης είναι σαφώς απογοητευτικό.* Αν λάβουμε υπόψη μας ακόμη ότι, με τις τελευταίες ρυθμίσεις των γενικών εξετάσεων, τα μαθηματικά είναι το βασικό μάθημα για την Δ΄ δέσμη, τότε συμπεραίνουμε πως οι περισσότεροι από τους υποψηφίους της Δ΄ δέσμης βρίσκονται σε πολύ μειονεκτική θέση.

Μια ματιά στον πίνακα 17 επαναβεβαιώνει αυτή τη δυσάρεστη εικόνα της Μαθηματικής μας Παιδείας: Το 52% των αποφοίτων της Β΄ λυκείου δεν μπορούν να εκτελέσουν απλές αλγεβρικές πράξεις, το 75% δεν είναι σε θέση να χειριστούν παραστάσεις που περιέχουν το σύμβολο της απόλυτης τιμής, ενώ το 85% δεν καταφέρνουν να χρησιμοποιήσουν στοιχειωδώς το καρτεσιανό επίπεδο. Και να τονιστεί ότι οι *αλγεβρικές παραστάσεις*, η *έννοια* της απόλυτης τιμής και το καρτεσιανό επίπεδο αποτελούν ενότητες που η διδασκαλία τους αρχίζει από το γυμνάσιο και ολοκληρώνεται στη Β΄ λυκείου.

β) Τόσο τα στατιστικά δεδομένα από την ποιοτική ανάλυση των γραπτών όσο και η ίδια η συνολική εικόνα που πήραμε από την εξέταση των γραπτών μας δημιούργησαν την εντύπωση ότι το σχολείο περισσότερο προωθεί την απομνημόνευση τυποποιημένης μαθηματικής γνώσης και λιγότερο ενθαρρύνει την καλλιέργεια της κριτικής ικανότητας.

γ) Το συμπέρασμά μας σχετικά με τη σχολική βαθμολογία είναι ότι «παρόλο» που είναι πολύ υψηλά μετατοπισμένη, είναι ισχυρά αξιόπιστη. Θα διακινδυνεύαμε την αντικατάσταση του συνδέσμου «παρόλο» με τον «επειδή». Το σκεπτικό για την αντικατάσταση αυτή είναι το εξής: Η μετατόπιση της βαθμολογίας περιόρισε την κλίμακα σε 4-5 βαθμίδες. Όμως και η διακριτική μας ικανότητα όταν βαθμολογούμε ένα μαθητή που είπε μάθημα ή όταν βαθμολογούμε μια άσκηση δεν μπορεί να ξεπερνά τις 4-5 βαθμίδες.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Malone, J., Douglas, G., Kissane, B. and Mortlock. «Measuring Problem-Solving Ability». In Problem Solving in School Mathematics, 1980 Yearbook of the N.C.T.M.

Schoenfeld, A. «Measures of Problem-Solving Perfomance and of Problem-Solving Instruction». Journal for Research in Mathematics Education. 1982, Vol 13, No 1, 31-49.

Senk, S. «How Well Do Students Write Geometry Proofs?». Mathematics Teacher 78, 448-456.

Senk, S. «Proof-writing Achievement and Van Hiell Levels among Secondary School Geometry Students». Ph.D.diss. University of Chicago, 1983.

SUMMARY

An experiment was conducted in order to examine the degree of understanding Mathematics by students who have graduated the second class of the high school, and are preparing to follow university studies. The students were collected from four urban high schools, two from Thessaloniki and two from Katerini. They were examined in four series of topics of equal difficulty. The students perfomance was evaluated by two different measures, the conventional one, used in the Greek high schools, which uses a climax from 0 to 20, and a modification of the climax proposed by J. Malone. Both methods of measuring lead to the conclusion that 40% of students who will follow branch A (Mathematics, Physics, Polytechnic schools etc) and 75% of studens who will follow branch D (Economics) cannot be considered as well qualified to follow these branches, where Mathematics is the basic course.