ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ ΓΑΓΑΤΣΗΣ

Η ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ ΣΤΗΝ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Εισαγωγή

Η Λογική γενικά, είναι η μελέτη του τρόπου που μια πρόταση συνεπάγεται από άλλες προτάσεις, δηλαδή των κανόνων ορθής συμπερασματολογίας. Αυτό όμως δεν σημαίνει ότι η Λογική μας μαθαίνει να σκεπτόμαστε: σκεπτόμαστε φυσικά.

Ο Γερμανός φιλόσοφος Christophe Lichtenberg έδωσε μια ευχάριστη μορφή σε αυτή την διαπίστωση προτείνοντας να αντικαταστήσουμε: «Ich denke» δηλαδή σκέφτομαι με «Es denkt» που είναι μια δύσκολη μορφή για να αποδοθεί στα ελληνικά αλλά που εκφράζει σαφώς την ιδέα ότι η σκέψη διαφεύγει κατά ένα μεγάλο μέρος της θέλησης του ανθρώπου [6].

Μιλάμε λοιπόν συχνά για τη «φυσική Λογική» της οποίας οι βάσεις διερευνούνται από τη ψυχολογία. «Η ψυχολογία ανεξάρτητα από το θεωρητικό υπόβαθρο από το οποίο ξεκινά έχοντας σαν αφετηρία της τη συμπεριφορά και τους τρόπους με τους οποίους οι άνθρωποι λύνουν προβλήματα, διερευνά από τη μια, αν οι τρόποι με τους οποίους οι άνθρωποι λύνουν προβλήματα είναι όμοιοι με αυτούς που αναπτύσσουν οι λογικοί επιστήμονες· από την άλλη χρησιμοποιώντας ως όργανο ανάλυσης της λογική γλώσσα, προσπαθεί να περιγράψει τα τυπικά στοιχεία των διαφόρων εκδηλώσεων της σκέψης, όπως αυτά παρατηρούνται «υπό πραγματικές» συνθήκες, δηλαδή υπό την επίδραση παραγόντων όπως είναι η μνήμη, οι στάσεις, τα πραγματικά πλαίσια, κ.α.» [8].

Από την άλλη πλευρά αν αναζητήσουμε τις πηγές της «Τυπικής Λογικής» (για διάκριση από τη Φυσική Λογική) θα φτάσουμε μέχρι τη Φιλοσοφική σχολή των Μεγάρων (4ος και 3ος αιώνας π.Χ.). ΄Ετσι ο νόμος της «αντιθετοαντιστροφής» (που ήταν γνωστός στη σχολή των Μεγάρων με τη ρητή μορφή του) πηγάζει κύρια από τη μεγάλη πρακτική της τέχνης να απορρίπτει κάποιος τις προτάσεις ενός αντιπάλου.

Επίσης ο Αριστοτέλης (384-322 π.Χ.) σε μια σειρά έργων του που είναι γνωστά με τον τίτλο «΄Οργανον» μελέτησε τους τρόπους που οι άνθρωποι ξεκινώντας από ορισμένες υποθέσεις (προκείμενες) φθάνουν σε ορισμένα συμπεράσματα και βρήκε μερικά συλλογιστικά σχήματα που εκφράζουν λογικές νομοτέλειες. Όποιος ακολουθεί ένα τέτοιο σχήμα σκέφτεται «σωστά», φτάνει σε «αληθινό» συμπέρασμα. Πολύ γνωστό είναι το σχήμα:

«Όλοι οι άνθρωποι είναι θνητοί
Ο Σωκράτης είναι άνθρωπος
Άρα ο Σωκράτης είναι θνητός»,

του οποίου η αλήθεια δεν εξαρτάται από το συγκεκριμένο υποκείμενο «Σωκράτης» ή το κατηγόρημα «θνητός» αλλά από τη δομή των προτάσεων που το αποτελούν [13]. Γενικά το σχήμα

«Κάθε Μ είναι Κ
Το Υ είναι Μ
Άρα το Υ είναι Κ»

είναι ένα υπόδειγμα ορθού υπολογισμού που βρίσκεται πολύ κοντά στο σύγχρονο κανόνα παραγωγής:

«Αν p τότε q P.
Άρα q». [13]

Όλα τα παραπάνω είναι βέβαια τα πρώτα στοιχεία της «Τυπικής Λογικής» όμως είναι εκπληκτικό ότι οι Αρχαίοι δεν αισθάνθηκαν την ανάγκη να στηρίξουν τα *μαθηματικά (που με τον Ευκλείδη είχαν ήδη γνωρίσει μια σημαντική* ανάπτυξη) σε ρητές λογικές βάσεις.

Σε αυτή την ακατέργαστη μορφή των αυτονόητων κανόνων, που δεν απαιτεί ιδιαίτερο φορμαλισμό ούτε ανοίγει προοπτικές εξέλιξης, η Λογική παρέμεινε για είκοσι περίπου αιώνες. *Σαν σκαπανείς στην ανάπτυξη της* Λογικής θεωρούνται κύρια ο G. Frege (Grudgesetze der Arithmetik (1893), ο G. Peano και τέλος ο B. Russel (Principia Mathematica).

Η Λογική περιλαμβάνει δύο μέρη:

1) Τον Προτασιακό Λογισμό ή Λογισμό των Προτάσεων (Sentential ή Propositional Calculus). Το αντικείμενό του είναι η μελέτη των «Προτάσεων» δηλαδή των εκφράσεων μιας συγκεκριμένη γλώσσας που θεωρούνται σαν ένα «αδιαίρετο σύνολο». Ενδιαφερόμαστε μόνο να δώσουμε σε μια πρόταση μια «τιμή αλήθειας», δηλαδή είτε την τιμή «αληθής» είτε την τιμή «ψευδής».

2) Τον Κατηγορηματικό Λογισμό ή Λογισμό των Κατηγορημάτων (Predicate Calculus). Το αντικείμενό του είναι η ανάλυση της εσωτερικής δομής μιας πρότασης και το κλασικό παράδειγμα είναι η Αριστοτέλεια δομή «υποκείμενο-συνδετικό-ρήμα». Ο κλάδος αυτός παρέχει μεγαλύτερες δυνατότητες έκφρασης και συμπερασματολογίας.

Στην εργασία αυτή ενδιαφερόμαστε για τον Προτασιακό Λογισμό. Πιο συγκεκριμένα στο πρώτο κεφάλαιο του σχολικού βιβλίου των μαθηματικών της Α΄ Λυκείου παρουσιάζονται στοιχεία του Προτασιακού Λογισμού. Ο τρόπος παρουσίασης όμως αυτών των στοιχείων είναι κατά τη γνώμη μου πολύ θεωρητικός και δημιουργεί προβλήματα στους μαθητές. Στην εργασία αυτή γίνεται μια προσπάθεια αξιολόγησης των αποτελεσμάτων της διδασκαλίας της Λογικής που βασίζεται στο παραπάνω εγχειρίδιο.

1) Μελέτες της Διδακτικής των Μαθηματικών πάνω στη Λογική

Η Διδακτική των Μαθηματικών μελετά ουσιαστικά τη διαδικασία κατανόησης των μαθηματικών εννοιών καθώς και την απόκτηση της ικανότητας χρήσης των αφομοιωμένων εννοιών. Αυτή η διαδικασία οικοδομείται μέσα από αντιπαραθέσεις ανάμεσα σε ένα μαθηματικό περιεχόμενο, σε ένα «μαθητή» και σε διάφορους παιδαγωγικούς παράγοντες.

Η Διδακτική των Μαθηματικών παίρνει υπόψη της όλους αυτούς τους παράγοντες που παρεμβαίνουν —όχι απομονωμένα— αλλά επιμένοντας στις αλληλοεπιδράσεις τους [1].

Πολλές πειραματικές έρευνες της Διδακτικής αφιερωμένες στη μελέτη στοιχειωδών συνεπαγωγών έδειξαν μια σύγχυση στους εξεταζόμενους μαθητές ανάμεσα σε αναγκαία συνθήκη και ικανή συνθήκη. Αυτό σημαίνει ότι στη φράση «Αν Α τότε Β» το γεγονός Α αποκτά πολύ συχνά όχι μόνο ένα ικανό χαρακτήρα αλλά επίσης ένα αναγκαίο χαρακτήρα: το Β συμβαίνει αν και μόνο αν το Α συμβαίνει. Στους μαθητές δίνονται συχνά ερωτήσεις που μπορούμε να τις παρατηρήσουμε με τα σχήματα: [11]

$$\Sigma\chi_1 \qquad \begin{array}{l} A \Rightarrow B \\ A \\ \hline \qquad\;\; B; \end{array} \qquad\qquad \Sigma\chi_2 \qquad \begin{array}{l} A \Rightarrow B \\ \qquad\;\; B \\ \hline A; \end{array}$$

Ως γνωστόν το πρώτο σχήμα διαβάζεται: «Αν Α τότε Β. Γνωρίζοντας ότι έχουμε «όχι Α» τί μπορούμε να πούμε για το «Β;». Επίσης το δεύτερο σχήμα διαβάζεται: «Αν Α τότε Β». Γνωρίζοντας ότι έχουμε Β τί μπορούμε να πούμε για το «Α»;

Οι ερωτήσεις αυτές παρουσιάζουν ενδιαφέρον για τη Διδακτική των μαθηματικών γιατί η «σύγχυση» την οποία φανέρωσαν στα μαθηματικά σημαίνει μια ταύτιση ή μια «αφομοίωση» της υπόθεσης με το συμπέρασμα. Ακόμη μπορεί να σημαίνει μια «αφομοίωση» της συνεπαγωγής με την ισοδυναμία. Παίρνοντας υπόψη μας ότι η διάκριση ανάμεσα στην υπόθεση και στο συμπέρασμα είναι πολύ σημαντική στα μαθηματικά (και σε όλες γενικά τις επιστήμες) μπορεί να αναρωτηθεί κανείς αν αυτή η «αφομοίωση» υπακούει σε μια λανθασμένη γλωσσολογική ερμηνεία της εκφώνησης «αν Α τότε Β» ή αν, αντίθετα, υπάρχουν εσωτερικά προβλήματα συδεδεμένα με την έννοια της συνεπαγωγής. Είναι φανερό ότι αν το πρόβλημα είναι ένα πρόβλημα ερμηνείας μια κατάλληλη ερμηνεία θα το έλυνε. Αντίθετα αν υπάρχουν ιδιαίτερα εμπόδια στην κατανόηση αυτής της έννοιας πρέπει να τα γνωρίσουμε και ακριβώς η Διδακτική των μαθηματικών μελετώντας την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών προσπαθεί να εντοπίσει αυτά τα εμπόδια και να υποδείξει πιθανούς τρόπους υπερπήδησής τους.

Για να εξηγήσουμε την παρακάτω σύγχυση ας θεωρήσουμε την παρακάτω πρόταση: [11]

«Αν βρέχει, ο Πέτρος θα πάρει την ομπρέλα του»,

και ας συνδέσουμε με αυτήν δύο ερωτήσεις E_1 και E_2:

E_1: Γνωρίζοντας ότι δεν βρέχει, θα πάρει ο Πέτρος την ομπρέλα του;

E_2: Γνωρίζοντας ότι ο Πέτρος πήρε την ομπρέλα του, βρέχει;

Αυτές οι ερωτήσεις συνδυάζουν, όπως φαίνεται και από τα προηγούμενα σχήματα, από τη μια πλευρά μια *συνεπαγωγή* και από την άλλη πλευρά μια *άρνηση*. Ο προτασιακός λογισμός λύνει τις E_1 και E_2 με τη βοήθεια πινάκων αληθείας που ορίζουν τους λογικούς συνδέσμους της «συνεπαγωγής» και της «άρνησης».

Πίνακας 1

$\bar{p}$	p
Α	Ψ
Ψ	Α

Πίνακας 2

p\q	Α	Ψ
Α	Α	Ψ
Ψ	Α	Α

(p ⇒ q)

Για την E_2 αρκεί να δούμε ότι αν η «συνεπόμενη» q (Ο Πέτρος θα πάρει την ομπρέλα του) της συνεπαγωγής (που η ίδια υποτίθεται αληθής) είναι αληθής, *η προκείμενη p (βρέχει) μπορεί επίσης να είναι αληθής ή ψευδής.* Για την E_1 αν θέσουμε: βρέχει = p = Α, θα έχουμε: δεν βρέχει = $\bar{p}$ = Ψ και η ανάγνωση της τελευταίας γραμμής του πίνακα 2 μας πληροφορεί ότι η q μπορεί να είναι αληθής ή ψευδής. Μπορούμε να δούμε ότι οι απαντήσεις «Ο Πέτρος δεν θα πάρει την ομπρέλα του» (E_1) και βρέχει (E_2) που είναι αυτές που οδηγούν στην κατάσταση της «σύγχυσης», αντιστοιχούν, στον κλασικό λογισμό των προτάσεων, στο σύνδεσμο της ισοδυναμίας:

Πίνακας 3

p/q	Α	Ψ
Α	Α	Ψ
Ψ	Ψ	Α

p ⇔ q

Γι' αυτό λέμε ότι ένα άτομο που έχει δώσει αυτές τις απαντήσεις συγχέει τη συνεπαγωγή με την ισοδυναμία. Όμως για τέτοιες έρευνες μπορούμε να θέσουμε δύο ερωτήσεις: α) για τα όρια αυτής της μοντελοποίησης και β) για τη σχέση ανάμεσα στους λογικούς συνδέσμους της άρνησης (¬) και της συνεπαγωγής (⇒) και των αντίστοιχων (δεν, αν-τότε) στη φυσική γλώσσα. Πράγματι αυτή η μοντελοποίηση είναι φτωχή, γιατί σε μια πρόταση αντιστοιχεί μόνο την τιμή αλήθειάς της και της αφαιρεί την πρόθεσή της και τις συνθήκες στις οποίες διατυπώθηκε. Μπορούμε να φανταστούμε ότι αυτή η μοντελοποίηση συνίσταται στην προβολή μιας φράσης, της οποίας υπολογίζονται όλες οι συνιστώσες (η-διάστατο διάνυσμα), σε ένα χώρο μιας διάστασης. Και θα λυθεί ακριβώς σε αυτόν τον μονοδιάστατο χώρο: βλέπουμε ότι η μοντελοποίηση είναι πολύ φτωχή. Όσον αφορά την ερώτηση β ας θεωρήσουμε τη φράση: [2]

«Αν διψάτε υπάρχει μπύρα στο ψυγείο» (1)

Αυτή η φράση είναι «κατανοητή» σε ένα συμβατικό περιεχόμενο. Αλλά αν δούμε αυτήν τη φράση σε ένα περιεχόμενο Λογικής (έχουμε τον τελεστή «αν ...τότε») θα συμπεράνουμε ότι αρκεί να διψάμε για να υπάρχει μπύρα στο ψυγείο. Η αντιθετοαντίστροφη αυτής της συνεπαγωγής που της είναι *λογικά ισοδύναμη*, θα επέτρεπε να συμπεράσουμε:

«Δεν υπάρχει μπύρα στο ψυγείο, άρα δεν διψάτε» (2)

που βέβαια εκφράζει άσχημα τις προσθέσεις της φράσης (1).

Αυτό το παράδειγμα επεξηγεί τη διαφορά ανάμεσα στη συνεπαγωγή του φυσικού λόγου και στη λογική συνεπαγωγή.

Διάφοροι ερευνητές βλέπουν τη συνεπαγωγή με διαφορετικό τρόπο. Έτσι για τον DUCROT [4] μια πρόταση «αν Α ; Β» ξεπερνά την αναγνώριση ενός δεσμού σχέσης ανάμεσα στα Α και Β (π.χ. το Α είναι αιτία του Β). Πρόκειται, πριν από όλα, να βάλουμε τον αναγνώστη σε μια κατάσταση, αυτή όπου θα φανταστεί το Α, και όταν θα βρίσκεται και η πράξη θα έχει εκτελεστεί, να επιβεβαιώσει το Β.

Ο DUCROT απαντά στο πρόβλημα της σύγχυσης ανάμεσα σε αναγκαία συνθήκη και σε ικανή συνθήκη με τον «νόμο της πληρότητας». Σύμφωνα με αυτό όταν ένας ομιλητής διατυπώσει μια φράση «αν Α τότε Β», αφήνει να εμφανιστεί το Β στον ακροατή του, σαν υποκείμενη στην πραγματοποίηση του Α. Συγχρόνως του δίνει την ιδέα ότι ήταν υποχρεωμένος να πάρει το Α σαν προηγούμενο γεγονός για να συμβεί το Β. Αυτή η αποκλειστικότητα *επικυρώνει*, στον ακροατή, την αντίστροφη «Αν Β τότε Α»: για τον ακροατή το Β δεν θα μπορούσε να παραχθεί χωρίς το Α: Αυτό το πέρασμα στην αντίστροφη συνεπαγωγή χρειάζεται λίγα σχόλια. Σύμφωνα με τον Radford [11] για να γίνει «αφομοίωση» μιας συνεπαγωγής με την αντίστροφη συνεπαγωγή πρέπει το υποκείμενο να την κατασκευάσει και στη συνέχεια να την επικυρώσει. Ο ίδιος ερευνητής θέτει την ερώτηση: το υποκείμενο κατασκευάζει πραγματικά την αντίστροφη συνεπαγωγή; Η κατασκευή της αντίστροφης συνεπαγωγής μπορεί να γίνει μόνο όταν το υποκείμενο είναι ικανό να κατασκευάσει μια συνεπαγωγή, δηλαδή να μπορεί να διακρίνει τις αιτίες από τα αποτελέσματα. Αλλά σε αυτήν την περίπτωση υποτίθεται ότι δεν θα συγχέει τη συνεπαγωγή με την αντίστροφή της. Σύμφωνα λοιπόν με τον Radford υποθέτοντας ότι ένα υποκείμενο κατασκευάζει την αντίστροφη συνεπαγωγή, του αποδίδουμε πολλά περισσότερα από ότι κάνει πραγματικά.

Σύμφωνα με τον Piaget [7] μια συνεπαγωγή «Αν Α τότε Β» εκφράζει επιπλέον από το ότι η αιτία Α παράγει το αποτέλεσμα Β την αναγνώριση ότι δεν είναι η μόνη που το παράγει.

Εκφρασμένη σε όρους διάταξης μια συνεπαγωγή παρουσιάζεται σαν:

i) $A < B$ και

ii) $A + A' = B$ με $A' \neq \varnothing$ (I)

(όλα τα Α είναι Β αλλά υπάρχουν Β που δεν είναι Α: τα Α΄).

Η με όρους συνδυαστικής:

«Αν Α τότε Β» $=$ (A και B) ή ($\tilde{A}$ και B) ή ($\tilde{A}$ και $\tilde{B}$). (II)

Μπορούμε να μεταφράσουμε το (ΙΙ) στη γλώσσα του προτασιακού λογισμού:

$$(A \Rightarrow B) = (A \cap B) \cup (\tilde{A} \cap B) \cup (\tilde{A} \cap \tilde{B}). \qquad \text{(III)}$$

΄Ομως το (ΙΙΙ) είναι ο λογικός σύνδεσμος της συνεπαγωγής στην κανονική διαζευκτική μορφή του. Αυτό σημαίνει ότι η συνεπαγωγή του προτασιακού λογισμού και η συνεπαγωγή του Piaget είναι οι ίδιες; Μια απάντηση απαιτεί να γνωρίζουμε πως εργάστηκε ο Piaget: για να περάσει από τη συνδυαστική στο λογισμό των προτάσεων θεμελιώνει ένα ισομορφισμό: μια αμφιμονοσήμαντη αντιστοιχία και στη συνέχεια την επικύρωση μιας τέτοιας αντιστοιχίας. Η επικύρωση του ισομορφισμού βασίζεται σε μια πραγματική δραστηριότητα του υποκειμένου: επεξεργάζεται παράγοντες ή στοιχεία που παρεμβαίνουν στο πρόβλημα, τους συνδέει και τους αποσυνδέει (π.χ. στο γνωστό πρόβλημα της έλξης ενός «βαγονιού» πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο). ΄Ετσι μια συνεπαγωγή με την έννοια του Piaget γίνεται μια συνεπαγωγή στον προτασιακό λογισμό. Αλλά το αντίστροφο δεν ισχύει: το αντιλαμβανόμαστε θεωρώντας την ταυτολογία: $(\tilde{a} \Rightarrow a) \Rightarrow a$.

Τέλος σε σχέση με τη σύγχυση ανάμεσα σε αναγκαία και ικανή συνθήκη αναφέρουμε δύο έρευνες:

Ο O'Brien και οι συνεργάτες του [10] σε μια σειρά ερευνών μελετούν ερωτήσεις του τύπου:

«Αν Α τότε Β. ΄Εχουμε το Β. ΄Εχουμε Α;»

όπου τα υποκείμενα απαντούν πολύ συχνά ναι, έχουμε το Α.

Ο Radford [11] εξετάζει μαθητές Λυκείου (16-18 χρόνων) για να βρει τα εμπόδια που μπορεί να εμποδίσουν τη διάκριση ανάμεσα σε αναγκαία και ικανή συνθήκη. Ερεύνησε καταστάσεις ή εκφωνήσεις συνεπαγωγής που να μπορούν να προκύπτουν από συνηθισμένες γλωσσολογικές καταστάσεις. Κατά αυτόν τον τρόπο τέσσερις τύποι εκφωνήσεων (της μορφής «αν Α τότε Β») χρησιμοποιήθηκαν: εκφωνήσεις με πλήρη πληροφορία και με μερική πληροφορία σε ηλεκτρικά κυκλώματα· επίσης σε διαδικασίες δειγματοληψίας σφαιρών και τέλος σε εκφωνήσεις σε γλώσσα συνόλων. Ο ερευνητής φανέρωσε την ύπαρξη τεσσάρων διαφορετικών επεξεργασιών της συνεπαγωγής:

1) Η πρώτη είναι σφαιρική: συνίσταται στη θεώρηση των γεγονότων Α και Β της εκφώνησης «Αν Α τότε Β» σαν δύο αδιαχώριστων γεγονότων: το ένα δεν θα μπορούσε να παραχθεί χωρίς το άλλο. Η επεξεργασία αυτή είναι μια διαπίστωση συνύπαρξης που δεν έχει καμιά λογική σημασία.
2) Η δεύτερη επεξεργασία εκφράζει μια αποσύνδεση της συνύπαρξης αλλά δεν υπολογίζει τη διάκριση της αιτίας και του αποτελέσματος. Αυτή η επεξεργασία δεν επιτρέπει την εξέταση μιας υποθετικής κατάστασης (π.χ. δεν απαντιούνται ερωτήσεις που εμπλέκουν την αντιθετοαντίστροφη.)
3) Η τρίτη επεξεργασία φανερώνει τη συνδυαστική. Το υποκείμενο εργάζεται σε υποθετικές καταστάσεις και αυτό του επιτρέπει να λύνει περισσότερα προβλήματα (π.χ. αυτά όπου παρεμβαίνει μια αντιθετοαντίστροφη). Αλλά οι ερωτήσεις όπου γνωρίζουμε το αποτέλεσμα και όπου ο άγνωστος αναφέρεται στις αιτίες, είναι συνήθως δύσκολες.
4) Το θεμελιώδες χαρακτηριστικό της τέταρτης επεξεργασίας, εκτός από την εμφάνιση μιας συνδυαστικής, είναι ο έλεγχος της ισοδυναμίας που επιτρέπει την επιτυχία όλων των ερωτήσεων συνεπαγωγής που εξετάστηκαν.

Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα ο Radford προσπαθεί να εξηγήσει γιατί μια «παραδοσιακή» διδασκαλία της λογικής δεν έχει συχνά επιτυχία.

Εκτός από τα προβλήματα της συνεπαγωγής που μερικά παρουσιάσαμε προηγουμένως, δημιουργούνται προβλήματα —σε μικρότερο βαθμό— και από τη διάζευξη και τη σύζευξη. Τα προβλήματα αυτά επικεντρώνονται στις διαφορές των λογικών συνδέσμων «Λ» και «V» με τις λέξεις «και» «ή» της φυσικής γλώσσας. Έτσι η λέξη «και» της φυσικής γλώσσας έχει διαφορετική έννοια από ότι η Λογική. Πράγματι στη Λογική το $p \cap q$ είναι ισοδύναμο με το $q \cap p$. Αντίθετα στη φυσική γλώσσα δεν συμβαίνει το ίδιο. Αν πάρουμε τα παραδείγματα:

— «Σταματάω το αμάξι μου και κατεβαίνω»
(Αν κατεβούμε πρώτα θα μπορούσαμε να σταματήσουμε το αμάξι;)

— «Γεμίζω το μπουκάλι και το βουλώνω»
(Αν βουλώσω το μπουκάλι πρώτα, θα μπορέσω να το γεμίσω;)

Όμοιες παρατηρήσεις μπορούμε να κάνουμε και για τη διάζευξη. Ας πάρουμε το παρακάτω παράδειγμα: [5]

Βρίσκουμε συχνά στο τέλος ενός «μενού» τη φράση «παγωτό ή τυρί». Η Λογική επεξεργασία αυτής της φράσης θα επέτρεπε στον πελάτη ενός εστιατορίου να ζητήσει και παγωτό και τυρί (που προφανώς δεν ήταν στις προθέσεις του ιδιοκτήτη του εστιατορίου).

Όμοια παρατήρηση με τη φράση «θα παντρευτώ το Γιάννη ή τον Αλέξανδρο».

Η επεξεργασία των λογικών προτάσεων δημιουργεί προβλήματα στους μαθητές —μόλις είδαμε μερικά από αυτά—. Το ερώτημα που προκύπτει λοιπόν κατά φυσικό τρόπο είναι: «πόσα από αυτά τα προβλήματα παίρνονται υπόψη από τους συγγραφείς του σχολικού βιβλίου των μαθηματικών της Α΄ Λυκείου ή από τους καθηγητές που διδάσκουν το κεφάλαιο της Λογικής του παραπάνω βιβλίου;»

2. Η έρευνα για την αξιολόγηση της διδασκαλίας της Λογικής στην Α΄ Λυκείου.

Οι μαθητές της Α΄ Λυκείου των Ελληνικών σχολείων διδάσκονται λίγα στοιχεία προτασιακού Λογισμού που βασίζεται στο αντίστοιχο βιβλίο των μαθηματικών αυτής της τάξης. Η διδασκαλία αυτή περιστρέφεται κύρια γύρω από τις έννοιες «Σύζευξη», «Διάζευξη», «Άρνηση» και «Συνεπαγωγή» καθώς και τους πίνακες αλήθειάς τους. Η διδασκαλία αυτή διαρκεί 3-4 εβδομάδες ανάλογα βέβαια και με τον καθηγητή ή την τάξη και δημιουργεί προβλήματα. Τα προβλήματα αυτά αναγνωρίζονται από την πλειοψηφία των καθηγητών που διδάσκουν μαθηματικά στην Α΄ Λυκείου αφού σε όλα σχεδόν τα Λύκεια της χώρας μας το κεφάλαιο αυτό δεν περιλαμβάνεται στην ύλη των εξετάσεων στο τέλος της σχολικής χρονιάς. Επιπλέον τα προβλήματα αυτά τα αισθάνονται και οι μαθητές αφού το κεφάλαιο αυτό είναι το λιγότερο «δημοφιλές» ανάμεσα στα κεφάλαια του βιβλίου των μαθηματικών της Α΄ Λυκείου. Παρόλα αυτά οι μαθητές βρίσκονται σε μια ηλικία που μπορούν να *επεξεργάζονται Λογικές προτάσεις. Τέλος το πρόβλημα φαίνεται ότι έγινε* αισθητό και στο Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (ΚΕΜΕ) αφού σε όλες τις εκδόσεις του βιβλίου υπάρχουν μικρές αλλαγές σε σχέση με την προηγούμενη χρονιά, χωρίς όμως να αλλάζει η δομή και ο πυρήνας του κεφαλαίου.

Προβάλλει λοιπόν επιτακτική η ανάγκη αξιολόγησης της διδασκαλίας της Λογικής στην Α΄ Λυκείου. Ποιό κριτήριο όμως θα έπρεπε να επιλεγεί για να στηριχθεί πάνω του αυτή η αξιολόγηση; Είναι φανερό ότι δεν παρουσιάζει ενδιαφέρον στην περίπτωσή μας να εργαστούμε με ερωτήσεις —προβλήματα όπου μεταβάλλοντας την ερώτηση ή την άρνηση ή άλλες παραμέτρους των προβλημάτων θα βλέπαμε τις επιπτώσεις τους στην εξαγωγή συμπερασμάτων (όπως έγινε στις έρευνες που περιγράψαμε στην προηγούμενη παράγραφο).

Μας χρειαζόταν ένα κριτήριο που θα εξασφάλιζε μια σφαιρική αξιολόγηση μέσα στην οποία θα συνυπάρχουν η διδασκαλία των καθηγητών, η ύλη του κεφαλαίου της Λογικής, οι γνώσεις και οι πνευματικές ικανότητες των μαθητών κ.α. Γι' αυτό σχεδιάσαμε την έρευνά μας με τον παρακάτω τρόπο:

1) Κατασκευάσαμε ένα κείμενο μιάμισης περίπου σελίδας το οποίο αποτελεί κατά κάποιο τρόπο το ελάχιστο της πληροφορίας που περιλαμβάνεται στο κεφάλαιο της Λογικής. Παρόλα αυτά υπάρχουν μερικές διαφορές ανάμεσα στο κείμενο που κατασκευάσαμε και στο βιβλίο της Άλγεβρας Α΄ Λυκείου [12]. Έτσι η έννοια της αντιθετοαντιστροφής δεν υπάρχει στο βιβλίο και γίνονται μόνο έμμεσες αναφορές σε αυτήν (σελ. 17, σελ. 23 του παραπάνω βιβλίου). Η έννοια της αντίθετης συνεπαγωγής λείπει εντελώς από το βιβλίο. Επίσης η αντίστροφη συνεπαγωγή δεν ορίζεται σε ένα σημείο μέσα στο βιβλίο αλλά διάσπαρτα και έμμεσα σε διάφορα σημεία του κεφαλαίου (σελ. 14 παρατήρηση 2, σελ. 15, σελ. 22 § 1.17). Τέλος ορισμένα σύμβολα χρησιμοποιούνται διαφορετικά στο βιβλίο από ότι το κείμενο όπως $\rightarrow$ ($\Rightarrow$ στο βιβλίο), $\rightarrow$ ($\Leftrightarrow$ στο βιβλίο), $\sim p$ ($\bar{p}$ στο βιβλίο). Οι έννοιες που παρουσιάζονται στο κείμενο φαίνονται στον πίνακα 1 (το κείμενο βρίσκεται στο παράρτημα).

Πίνακας 1

Μοντέλο κατασκευής του τεστ κατανόησης του κειμένου «Λογικές Προτάσεις»

Περιεχόμενο	% του περιεχομένου στο κείμενο (υπολογισμένο από δύο καθηγητές)	Αριθμός και % των ερωτήσεων στο τεστ κατανόησης
Α) Σύνθετες προτάσεις Ορισμός και αναγνώριση	5%	1 (4%)
Β) Σημασία και σύμβολα για: Σύζευξη («και», $\cap$ Διάζευξη («ή», $\cup$ Άρνηση	30%	8 (32%)
Γ) Τιμή αλήθειας για: Σύζευξη Διάζευξη Άρνηση	20%	5 (20%)
Δ) Σημασία και σύμβολα για: Συνεπαγωγή Προκείμενη Συνεπόμενη	15%	4 (16%)
Ε) Ανάστροφη Αντίθετη Αντιθετοαντίστροφη	30%	7 (28%)

2) Κατασκευάσαμε επίσης ένα ερωτηματολόγιο 25 ερωτήσεων πολλαπλής επιλογής που περιγράφεται επίσης στον πίνακα 1 (το ερωτηματολόγιο βρίσκεται στο παράρτημα) αλλά και στον πίνακα 2.

Πίνακας 2

Ερωτήσεις του τεστ κατανόησης
«Λογικές προτάσεις» πάνω σε κάθε κατηγορία

Κατηγορία	Ερωτήσεις
Α) Σύνθετες προτάσεις	9
Β) Σύζευξη, Διάζευξη, ΄Αρνηση	1, 7, 11, 15, 17, 19, 20, 24
Γ) Τιμές αλήθειας	3, 5, 6, 13, 18
Δ) Συνεπαγωγή	8, 10, 14, 22
Ε) Αντίστροφη, Αντίθετη, Αντιθετοαντίστροφη	2, 4, 12, 16, 21, 23, 15

Από τους παραπάνω πίνακες φαίνεται ότι έγινε μια προσπάθεια εξίσωσης του ποσοστού των ερωτήσεων του ερωτηματολογίου πάνω σε μια μαθηματική έννοια, με το ποσοστό «έκτασης» αυτής της έννοιας σε σχέση με όλο το μαθηματικό κείμενο. Εξασφαλίζεται έτσι μια σχετική εγκυρότητα του τεστ.

Βέβαια για την «επικύρωση των ερωτήσεων» του τεστ υπάρχουν διάφορες διαδικασίες που μπορούν να ακολουθηθούν. Για την περίπτωσή μας επειδή μας ενδιέφερε η «διακριτική» αξία των ερωτήσεων μια κατάλληλη μέθοδος ανάλυσης των ερωτήσεων είναι η ακόλουθη [2]: Συγκρίνουμε τα αποτελέσματα του ενός τετάρτου των μαθητών που αποτελείται από τους καλύτερους μαθητές, με αυτά του άλλου τετάρτου που αποτελείται από τους αδύνατους. Δεν ασχολούμαστε με τα άλλα 2/4 των μαθητών. Οι ερωτήσεις για τις οποίες παρατηρούμε την πιο μεγάλη διαφορά ανάμεσα στη «δυνατή» και «αδύνατη» ομάδα είναι οι καλύτερες. Συνήθως ερωτήσεις με μηδενική διαφορά ή ερωτήσεις με μικρότερο σκορ στη δυνατή ομάδα από ότι στην αδύνατη δεν παρουσιάζουν ενδιαφέρον. Οι ερωτήσεις χωρίς ενδιαφέρον πρέπει να απορριφθούν ή να ανασχηματισθούν. Βέβαια οι καινούριες ερωτήσεις πρέπει να ελεγχθούν ξανά.

Στην έρευνά μας δεν ακολουθήσαμε αυτήν τη διαδικασία γιατί το ερωτηματολόγιο αυτό είχε χρησιμοποιηθεί σε Γάλλους μαθητές (η έρευνα αυτή δεν αφορούσε τη Λογική [3]). ΄Εγιναν μόνο μερικές δοκιμές σε δύο τάξεις για να διαπιστωθεί αν το ερωτηματολόγιο δημιουργούσε προβλήματα στους μαθητές.

Τέλος δόθηκε ιδιαίτερη προσοχή στο λεξιλόγιο των ερωτήσεων: φροντίσαμε να μη χρησιμοποιηθούν όροι (Λογικής ή άλλοι μαθηματικοί) που δεν υπήρχαν στο κείμενο.

3) Το πείραμα έγινε σε δύο φάσεις. Την πρώτη χρονιά (1984-85) 225 μαθητές Γ΄ Γυμνασίου, 252 μαθητές Α΄ Λυκείου και 79 μαθητές Α΄ τεχνικού Λυκείου απάντησαν στο ερωτηματολόγιο μετά από ανάγνωση του κειμένου για 15 λεπτά. Ο πίνακας 3 περιγράφει τον πειραματικό πληθυσμό.

Πίνακας 3

Πειραματικός πληθυσμός (1984-85)

ΓΥΜΝΑΣΙΑ		ΛΥΚΕΙΑ		ΤΕΧΝΙΚΑ ΛΥΚΕΙΑ	
όνομα Γυμνασ.	αρ. μαθ.	όνομα Λυκείου	αρ. μαθ.	όνομα τεχν. Λυκ	αρ. μαθ.
1ο Λάρισας	34	1ο Ευόσμου	34	4ο Κ.Ε.Τ.Ε. Θεσ/νίκης	(Α1) 17
Αγίων Αναργύρων	19	1ο Συκεών	31	4ο Κ.Ε.Τ.Ε. Θεσ/νίκης	(Α2) 22
Τυρνάβου	34	Τυρνάβου	31	7ο Κ.Ε.Τ.Ε Θεσ/νίκης	(Α1) 20
Φαρκανδώνας	26	4ο Λάρισας	32	7ο Κ.Ε.Τ.Ε Θεσ/νίκης	(Α1) 20
Λεπτοκαρυάς (Γ2)	20	3ο Λάρισας	29		
Λεπτοκαρυάς (Γ1)	20	1ο Λάρισας	32		
13ο Θεσ/νίκης (Γ1)	35	Νεάπολης Κοζάνης	27		
13ο Θεσ/νίκης (Γ2)	37	2ο Κοζάνης	36		
	225		252		79

Τη δεύτερη χρονιά της έρευνας (1985-86), το ίδιο ερωτηματολόγιο δόθηκε σε 255 μαθητές Γ΄ Γυμνασίου και 287 μαθητές Α΄ Λυκείου διαφορετικών σχολείων από αυτά της προηγούμενης χρονιάς. Σε αυτό το δεύτερο μέρος της έρευνας, δεν δίνονταν το κείμενο στους μαθητές για ανάγνωση αλλά απαντούσαν αμέσως στο ερωτηματολόγιο. Αυτή τη φορά δεν χρησιμοποιήσαμε μαθητές Τεχνικών Λυκείων.

Ο πίνακας 4 περιγράφει τον πειραματικό πληθυσμό της δεύτερης φάσης της έρευνας.

Πίνακας 4
Πειραματικός πληθυσμός (1985-86)

ΓΥΜΝΑΣΙΑ		ΛΥΚΕΙΑ	
όνομα Γυμνασίου	αρ. μαθ.	όνομα Λυκείου	αρ. μαθ.
8ο Λάρισας (Γ1)	26	Τσαριτσάνης	38
8ο Λάρισας (Γ2)	25	3ο Λάρισας (Α2)	32
3ο Λάρισας (Γ1)	31	3ο Λάρισας (Α3)	31
3ο Λάρισας (Γ3)	33	3ο Λάρισας (Α4)	28
3ο Λάρισας (Γ4)	30	13ο Θεσ/νίκης (1)	33
Θέρμης	29	13ο Θεσ/νίκης (2)	33
1ο Τυρνάβου (Γ1)	20	13ο Θεσ/νίκης (3)	32
1ο Τυρνάβου (Γ4)	20	Τυρνάβου (Α1)	30
Τσαριτσάνης	41	Τυρνάβου (Α2)	30
	255		287

Δεν είναι τυχαίο το ότι εφαρμόσαμε το τεστ στη Γ΄ Γυμνασίου και στην Α΄ Λυκείου. Πράγματι στην Γ΄ Γυμνασίου δεν γίνεται διδασκαλία της Λογικής (λίγα στοιχεία μόνο μετά από την έρευνα) ενώ στην Α΄ Λυκείου γίνεται αρκετά λεπτομερειακά όπως αναφέρθηκε. Αν επιπλέον λάβουμε υπόψη μας τη διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στους μαθητές αυτών των τάξεων ως προς την ηλικία, τις γνώσεις, τα ενδιαφέροντα και τις πνευματικές ικανότητες το παρακάτω ερώτημα παρουσιάζει ενδιαφέρον: «Ποιά είναι η διαφορά στην απόδοση των μαθητών της Γ΄ Γυμνασίου και της Α΄ Λυκείου στο τεστ κατανόησης της Λογικής;

Θα πρέπει να τονιστεί ότι η έρευνα, έτσι όπως έχει σχεδιαστεί την πρώτη χρονιά, στόχευε στην εκτίμηση της κατανόησης της ανάγνωσης ενός κειμένου Λογικής ενώ τη δεύτερη χρονιά στην εκτίμηση των γνώσεων πάνω στη Λογική και της ικανότητας επεξεργασίας λογικών προτάσεων.

3. Στατιστική επεξεργασία των αποτελεσμάτων

α) Οι πίνακες 5, 6, 7 του προγράμματος αφορούν την 1η φάση του πειράματος και παρουσιάζουν:

— το σκορ κάθε ερώτησης (%) για όλους τους μαθητές του Γυμνασίου και του Λυκείου

— το μέσα σκορ (%) και τις τυπικές αποκλίσεις για κάθε τάξη του Γυμνασίου και του Λυκείου
— την αξιοπιστία του τεστ για κάθε τάξη. Η αξιοπιστία αυτή υπολογίστηκε με τον τύπο των *Spearman-Brown:* $F = {}^{2r}12 \ / \ {}^{1+r}12$.

Χωρίζουμε το τεστ σε δύο ισοδύναμα μέρη π.χ. άρτιες ερωτήσεις και περιττές ερωτήσεις. Βρίσκουμε το σκορ κάθε μαθητή χωριστά στις άρτιες και στις περιττές ερωτήσεις και υπολογίζουμε τη συσχέτιση ${}^{r}12$ ανάμεσα στα δύο σκορ των μαθητών. Αντικαθιστώντας στον παραπάνω τύπο βρίσκουμε την αξιοπιστία.

β) Η γραφική πράσταση 1 δείχνει τα μέσα σκορ όλων των τάξεων των Γυμνασίων και των Λυκείων (1η φάση του πειράματος).

γ) Ο πίνακας 8 και η (γραφική) παράσταση 2 αφορούν μια παραγοντική ανάλυση σε κύριες συνιστώσες. Σε αυτήν την στατιστική μέθοδο οι 25 ερωτήσεις αποτελούν το χώρο των μεταβλητών διάστασης 25. Ο χώρος αυτός προβάλλεται σε ένα χώρο μικρότερης διάστασης με το ελάχιστο δυνατό χάσιμο πληροφοριών. Πρώτα βρίσκουμε τον πίνακα συσχετίσεων και εάν οι συσχετίσεις είναι στατιστικά σημαντικές συνεχίζουμε την ανάλυση. Για την ανάλυση βρίσκουμε τις χαρακτηριστικές τιμές και τα χαρακτηριστικά διανύσματα του πίνακα συσχετίσεων· τα χαρακτηριστικά διανύσματα μας δίνουν τους άξονες του νέου συστήματος συντεταγμένων. Δηλαδή το παλιό σύστημα συντεταγμένων μετασχηματίζεται σε ένα νέο έτσι ώστε το νέφος των σημείων να προβάλλεται στα επίπεδα που σχηματίζουν οι 3-4 πρώτοι άξονες κατά το καλύτερο δυνατό τρόπο (ένα σημείο είναι οι απαντήσεις ενός ατόμου στις 25 ερωτήσεις). Στα επίπεδα αυτά γειτνίαση σημείων σημαίνει σχέση ενώ απομάκρυνση σημαίνει ανεξαρτησία.

Έτσι ο κάθε παράγοντας προσδιορίζεται από τις ερωτήσεις που έχουν υψηλές φορτίσεις.

δ) Οι πίνακες 9, 10 αφορούν τη δεύτερη φάση του πειράματος και παρουσιάζουν το μέσα σκορ (%) και τις τυπικές αποκλίσεις για κάθε τάξη του Γυμνασίου και του Λυκείου και την αξιοπιστία για κάθε τάξη.

ε) Η γραφική παράσταση ΙΙΙ παριστάνει τα μέσα σκορ όλων των τάξεων του Γυμνασίου και του Λυκείου στη δεύτερη φάση του πειράματος.

στ) Στη γραφική παράσταση IV παρουσιάζεται συγκριτικά το μέσο σκορ όλων των μαθητών του Γυμνασίου και του Λυκείου στις δύο φάσεις του πειράματος.

ζ) Τέλος στη γραφική παράσταση V παρουσιάζονται συγκριτικά τα μέσα σκορ Γυμνασίου-Λυκείου στις δύο φάσεις του πειράματος.

4. Παρατηρήσεις

— Οι μέσοι όροι και οι γραφικές παραστάσεις δείχνουν ότι στην πρώτη φάση του πειράματος υπάρχει μικρή διαφορά ανάμεσα στην απόδοση των μαθητών του Γυμνασίου (56%) και του Λυκείου (71%).

— Η διαφορά γίνεται πολύ μεγάλη στη δεύτερη φάση (30%- 59%).

— Οι Αμερικάνοι ερευνητές υπολόγισαν ότι ένα κείμενο ταιριάζει για αυτόνομη εργασία των μαθητών αν αυτοί απαντούν στο 90% των ερωτήσεων. Υπολόγισαν επίσης ότι ένα κείμενο ταιριάζει για διευθυνόμενη εργασία (με τη βοήθεια του δασκάλου), όταν οι μαθητές απαντούν στο 75% των ερωτήσεων. Τα σκορ αυτά μπορεί να είναι λίγο διαφορετικά για τους Έλληνες μαθητές, γι' αυτό στις γραφικές παραστάσεις I και III έχουμε σχεδιάσει δύο ζώνες γύρω από το 90% και το 75%. Παρατηρούμε λοιπόν ότι καμιά τάξη των μαθητών δεν φτάνει το 90%. Ένα κείμενο λοιπόν που αποτελεί σύντομη περίληψη αυτών που διδάσκονται οι μαθητές της Α΄ Λυκείου δεν ταιριάζει για αυτόνομη εργασία; Από την άλλη πλευρά πέντε τάξεις του Λυκείου και μια μόνο τάξη του Γυμνασίου φτάνουν τη ζώνη γύρω από το 75% (1η φάση)

— Για τις περισσότερες ερωτήσεις υπάρχει μια ικανοποιητική διαφορά ανάμεσα στο δείκτη δυσκολίας των μαθητών του Γυμνασίου και των μαθητών του Λυκείου. Τρεις ερωτήσεις όμως δεν ικανοποιούν (πίνακας 5):

1ος (40,4% - 37,3%)
20 (40,4% - 44,8%)
22 (60,9% - 65,1%)

Οι ερωτήσεις όμως αυτές δεν παρουσιάζουν μεγάλο ενδιαφέρον, εφόσον αναφέρονται σε δύο συγκεκριμένες μαθηματικές εκφράσεις (10,20) και σε έναν όρο (22).

— Από τη γραφική παράσταση V παρατηρούμε ότι το μέσο σκορ (56%) των μαθητών του Γυμνασίου της 1ης φάσης (με ανάγνωση του κειμένου) είναι σχεδόν ίδιο με το μέσο σκορ (59%) των μαθητών του Λυκείου της 2ης φάσης (χωρίς ανάγνωση του κειμένου). Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι διδασκαλία ενός περίπου μήνα και πολλές ασκήσεις λυμένες από τους μαθητές της Α΄ Λυκείου ισοδυναμούν με ανάγνωση 15 λεπτών ενός κειμένου Λογικής από τους μαθητές της Γ΄ Γυμνασίου.

— Όπως φαίνεται από τον πίνακα 8 οι συσχετίσεις είναι μικρές. Αυτό ενισχύει την εγκυρότητα του τεστ αφού σε εκτιμήσεις της κατανόησης της ανάγνωσης επιδιώκεται κάθε ερώτηση να μην δίνει ενδείξεις για την επιτυχία σε άλλη. Υπάρχει μια αρνητική συσχέτιση σημαντική (-0.48) ανάμεσα στις ερωτήσεις 3 (άρνηση) και 4 (αντίστροφη).

— Θλιβερή διαπίστωση το μέσο σκορ των τεχνικών Λυκείων (38%). Είναι σχεδόν ίδιο με το σκορ των μαθητών του Γυμνασίου οι οποίοι δεν διαβάζουν το κείμενο (*ενώ οι μαθητές των Τεχνικών Λυκείων το διαβάζουν*).

— Παρόλο που οι συσχετίσεις είναι μικρές η παράσταση 2 (της παραγοντικής ανάλυσης) φανερώνει μερικές ομαδοποιήσεις ερωτήσεων:

1η	2η	3η
7 (αναγνώριση σύζευξης)	13 (τιμή αλήθειας άρνησης μιας άρνησης)	14 (όρος συνεπαγωγής)
5 (τιμή αλήθειας διάζευξης)	24 (παράσταση σύζευξης)	15 (αναγνώριση άρνησης)
17 (αναγνώριση παραδείγμ. σύζευξης)	1 (σύνδεσμος διάζευξης)	22 (ονομασία συνεπαγωγής)
12 (αναγνώριση αντιθετοαντίστροφης)	8 (όρος συνεπαγωγής)	25 (αναγνώριση αντίθετης)
19 (αναγνώριση άρνησης)	2 (ισοδυναμία)	18 (τιμή αλήθειας σύζευξης)
9 (ορισμός σύνθετης πρότασης)	6 (τιμή αλήθειας σύζευξης)	20 (αναγνώριση παραδείγ. διάζευξης)
10 (όρος συνεπαγωγής)	21 (αναγνώριση αντίθετης μιας συνεπαγωγής)	21 (παράσταση διάζευξης)

Η ομαδοποίηση αυτή μας επιτρέπει να κάνουμε μερικές επιπλέον παρατηρήσεις:

— Οι ερωτήσεις 6 και 18 αν και οι δύο αφορούν τη σύζευξη φαίνεται να ανήκουν σε διαφορετικές ομάδες. Η 6 αφορά την τιμή αλήθειας των προτάσεων α και β όταν η σύζευξη $\alpha \cap \beta$ είναι αληθής. Η 18 αφορά την τιμή της αλήθειας της σύζευξης $p \cap q$ όταν δίνονται οι τιμές των p και q. Πράγματι από τον πίνακα 5 βλέπουμε ότι το σκορ αυτών των ερωτήσεων είναι:

		Γυμνάσιο	Λύκειο
Ερώτηση	6	*72,4%*	*84,9%*
Ερώτηση	18	51,6%	77 %

Η ερώτηση 18 είναι πιο δύσκολη ιδιαίτερα για τους μαθητές του Γυμνασίου.

— Οι ερωτήσεις 7 (αναγνώριση σύζευξης) και 17 (αναγνώριση παραδείγματος σύζευξης) ανήκουν στην άλλη ομαδοποίηση από ό,τι οι προηγούμενες.

— Η ερώτηση 5 (τιμή αλήθειας διάζευξης) είναι σε διαφορετική ομάδα (1η) από ότι οι ερωτήσεις 6 και 18 (τιμή αλήθειας σύζευξης).

— Οι ερωτήσεις 8, 10 και 14 ανήκουν σε διαφορετικές ομάδες, αν και αναφέρονται και οι τρείς σε όρους συνεπαγωγής. Από τον πίνακα 5 φαίνονται τα σκορ των ερωτήσεων:

		Γυμνάσιο	Λύκειο
Ερώτηση	8	75,6%	87,7%
Ερώτηση	10	64,9%	84,1%
Ερώτηση	14	36,4%	87,7%

Παρατηρούμε ότι η διαφοροποίησή τους οφείλεται κυρίως στους μαθητές του Γυμνασίου.

— Γενική παρατήρηση είναι ότι η δυσκολία των ερωτήσεων πάνω στη διάζευξη, στη σύζευξη και συνεπαγωγή μεταβάλλεται εύκολα με μια μικρή μόνο γλωσσική αλλαγή των ερωτήσεων.

Συμπεράσματα

Τα αποτελέσματα και οι παρατηρήσεις που έγιναν μας επιτρέπουν να ισχυριστούμε ότι δίκαια διαμαρτύρονται οι καθηγητές και οι μαθητές γι' αυτό το κεφάλαιο. Μπροστά σε ένα απλό τεστ κατανόησης της Λογικής οι μαθητές της Α΄ Λυκείου πετυχαίνουν λίγο καλύτερα από τους μαθητές του Γυμνασίου. Η διαφορά αυτή γίνεται ελάχιστη αν δεν υπολογίσουμε μερικές τάξεις Γυμνασίου με πιθανά προβλήματα (2,3 και 4 στη γραφική παράσταση 1).

Το αποτέλεσμα αυτό είναι πολύ σημαντικό γιατί όπως φαίνεται από τη γραφική παράσταση V (2η φάση) η διαφορά γνώσεων ανάμεσα στις δύο τάξεις είναι πολύ σημαντική (59% - 31%). Ουσιαστικά οι μαθητές της Γ΄ Γυμνασίου δεν έχουν καμιά γνώση πάνω στο θέμα, αφού φτάνουν ένα σκορ 31% που είναι κοντά στην πιθανότητα σωστής απάντησης τυχαία (20%).

Η μικρή αυτή διαφορά ανάμεσα στις δύο τάξεις μηδενίζεται, αν συγκρίνουμε το μέσο σκορ του Γυμνασίου της 1ης φάσης (ανάγνωση κειμένου) με το μέσο σκορ του Λυκείου της 2ης φάσης (χωρίς ανάγνωση κειμένου) (57% - 59%).

Πώς θα μπορούσε λοιπόν να θεωρηθεί μια διδασκαλία της Λογικής επιτυχημένη, όταν η ανάγνωση για 15 λεπτά ενός κειμένου Λογικής από μαθητές του Γυμνασίου τους φέρνει στο ίδιο επίπεδο με τους μαθητές του Λυκείου που δέχονται διδασκαλία ενός περίπου μήνα πάνω σε αυτό το κεφαλαίο;

Το παρακάτω σχήμα μιλάει μόνο του:

Ανάγνωση 15 λεπτών = Διδασκαλία ενός μήνα

Επιπλέον αν και η έρευνα δεν στόχευε στη μελέτη ειδικών καταστάσεων-προβλημάτων Λογικής, μπορούμε να καταλήξουμε σε μερικά ειδικά συμπεράσματα:

— Γλωσσικοί παράγοντες επηρεάζουν τις απαντήσεις των μαθητών. Ίσως αυτή η επίδραση να παίζει και ένα ρόλο στο χαρακτηρισμό της διδασκαλίας σαν μη επιτυχημένης. Πράγματι στο βιβλίο και τις περισσότερες φορές στη διδασκαλία δεν γίνεται σαφής διάκριση ανάμεσα στους λογικούς συνδέσμους και στις λέξεις της φυσικής γλώσσας «και» ή «δεν», «αν... τότε» κ.α.

Έτσι η διδασκαλία της Λογικής μοιάζει με αυτήν μιας ξένης γλώσσας που επειδή δεν χρησιμοποιείται στη συνέχεια (ο συμβολισμός του Α΄ κεφαλαίου δεν χρησιμοποιείται στη συνέχεια (ο συμβολισμός του Α΄ κεφαλαίου δεν χρησιμοποιείται στα επόμενα κεφάλαια. Γιατί; Επειδή κάθε κεφάλαιο γράφεται από διαφορετικό συγγραφέας ή για άλλους λόγους;) δεν αφομοιώνεται.

— Όμως τα προβλήματα δεν είναι μόνο γλωσσικής φύσης αφού π.χ. η τιμή αλήθειας της διάζευξης αντιμετωπίζεται διαφορετικά από αυτή της σύζευξης

Τα αποτελέσματα αυτής της έρευνας πιστεύω ότι αποτελούν μια σοβαρή ένδειξη ότι τα προβλήματα αυτά δεν μπορούν να λυθούν με μια διδασκαλία που βασίζεται στο σημερινό σχολικό βιβλίο. Από την άλλη πλευρά οι μαθητές βρίσκονται σε μια ηλικία που μπορούν και πρέπει να επεξεργάζονται λογικές προτάσεις. Γι' αυτόν το λόγο πρέπει να πάρουμε υπόψη μας ότι η Λογική υπέφερε από μια αμφιλογία: προσπαθώντας να βοηθήσει τα μαθηματικά για να τα βγάλει από αυτό που ονομάσαμε στην αρχή του αιώνα «η κρίση» τους κατέληξε στο να αποτελέσει ένα μέρος τους και κατά συνέπεια η διδασκαλία της θα πρέπει να συμπεριληφθεί σε αυτήν των μαθηματικών. Αλλά από την άλλη πλευρά, επειδή συχνά υποστηρίχθηκε ότι ο τρόπος συλλογισμού μας ακολουθεί «φυσικά» αυτήν τη Λογική, δεν δόθηκε σημασία σε αυτήν τη διδασκαλία ή υποστηρίχθηκε ότι δεν πρέπει να διδάσκεται.

Εμείς αντίθετα ισχυριζόμαστε ότι η Λογική έχει θέση στη διδασκαλία της μέσης Εκπαίδευσης όχι όμως με αυτήν τη μορφή. Με ποιά μορφή λοιπόν; Μήπως με χειρακτικές επεξεργασίες που μπορούν να υποβληθούν τα στοιχεία ενός πειράματος Φυσικής (π.χ. το πείραμα του βαγονιού του Piaget κ.α.), μορφή κατάλληλη ιδιαίτερα για τους μαθητές τεχνικών Λυκείων ή με τη μορφή *εκφωνήσεων* πάνω σε *υποθέσεις* και *γεγονότα;* Ή μήπως συνδυασμός των δύο μορφών ώστε να γίνεται επιβεβαίωση ή απόρριψη των υποθέσεων με φυσικές επεξεργασίες ή και χωρίς αυτές δηλαδή χωρίς παρατήρηση και επιβεβαίωση;

Μια απάντηση σ' αυτά τα ερωτήματα που κατά τη γνώμη μου είναι πολύ σημαντικά πιστεύω ότι θα αλλάξει ριζικά τη διδασκαλία της Λογικής στο Λύκειο, που σύμφωνα με τις παρατηρήσεις αυτής της έρευνας νοσεί βαριά.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] Αθανάσιος Γαγάτσης, «Πειραματική Διδακτική των Μαθηματικών», *Σύγχρονη Εκπαίδευση* 35, 36, 37, 1987.

[2] Αθανάσιος Γαγάτσης, *«Η εκτίμηση της κατανόησης των μαθηματικών κειμένων»*, Θεσσαλονίκη, 1985.

[3] Αθανάσιος Γαγάτσης, *«Discrimination des scores au test de closure et evaluation de la compréhension des textes mathématiques»*, Διδακτορική διατριβή, Στρασβούργο, 1982.

[4] O. Ducrot, *«Dire et ne pas dire»*, 1972.

[5] O. Ducrot, *«Enseignement du Francais et des Mathématiques»* Recherches Pédagogiques, No 56.

[6] A. Fuchs - G. Reeb, *«Logique»*, Université Louis Pasteur, Strasbourg.

[7] Inhelder et Paiget, *«De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*, PUF.

[8] Κωσταρίδου - Ευκλείδη, *«Συμβολή στην ψυχολογική μελέτη του διαλογισμού με υποθετικές προτάσεις: το είδος της άρνησης στο λόγο ή στην ακολουθία και η επίπτωσή του στη εξαγωγή συμπερασμάτων»*, Διδακτορική διατριβή, Θεσσαλονίκη, 1983.

[9] Lebart - Fenelon, Statistique et Informatique Appliquées.

[10] T. O'Brien, B. Sharipo, N. Reali, «Logical Thinking - Language and context*e*, *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 4, 1971.

[11] Luis Radford, *«Interpretations d'econcés implicatifs et traitements logiques: Contributions à la faisabilité d'un enseignement de la logique au lycée»*, Thèse, Strasbourg, 1985,

[12] Σχολικό βιβλίο Μαθηματικών *«Άλγεβρας»* της Α' Λυκείου, Έκδοση Ζ, 1985.

[13] Α. Τζουβάρας, *«Στοιχεία Μαθηματικής Λογιστικής»* Θεσσαλονίκη, 1987.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Λογικές προτάσεις

Μια σύνθετη πρόταση αποτελείται από δύο απλές προτάσεις που ενώνονται μ' ένα σύνδεσμο. Αν ο σύνδεσμος είναι «και» η σύνθετη πρόταση ονομάζεται σύζευξη. Η αριθμητική πρόταση «$3 < x$ και $x < 8$» είναι μια σύζευξη. Αντικαθιστώντας τη λέξη «και» με το σύμβολο Λ, γράφεται $3 < x \Lambda x < 8$ ή $3 < x < 8$. Στη Λογική, το γράμμα p παριστά την πρώτη απλή πρόταση, και το γράμμα q τη δεύτερη απλή πρόταση κατά τέτοιο τρόπο ώστε pΛq παριστά μια σύζευξη.

Αν ο σύνδεσμος είναι «ή» η σύνθετη πρόταση ονομάζεται διάζευξη. Η αριθμητική πρόταση $x > 5$ ή $x = 5$ είναι μια διάζευξη. Αντικαθιστώντας τη λέξη «ή» με το σύμβολο V, γράφεται $x > 5 \text{ V } x = 5$ ή $x \geqslant 5$. Στη Λογική, p V q παριστά μια διάζευξη.

Μια σύζευξη είναι αληθής έαν και μόνο εάν οι δύο απλές προτάσεις είναι αληθείς. Εάν η μια ή η άλλη πρόταση είναι ψευδής ή εάν και οι δύο είναι ψευδείς, η σύζευξη είναι ψευδής.

p	q	pΛq	pVq
Α	Α	Α	Α
Α	Ψ	Ψ	Α
Ψ	Α	Ψ	Α
Ψ	Ψ	Ψ	Ψ

p	~P
Α	Ψ
Α	Ψ

Μια διάζευξη είναι αληθής εάν η μια ή η άλλη από τςι απλές προτάσεις είναι αληθής ή εάν και οι δύο είναι αληθείς. Αν οι δύο προτάσεις είναι ψευδείς, η διάζευξη είναι ψευδης.

Η άρνηση μιας πρότασης είναι το αντίθετο της πρότασης. Η άρνηση της $b = 4$ είναι $b \neq 4$· η άρνηση της $x < 10$ είναι $x \leqslant 10$.

Αν η πρόταση είναι αληθής, η άρνηση είναι ψευδής, αν η πρόταση είναι ψευδής, η άρνηση είναι αληθής.

Θα παριστάνουμε την άρνηση με το σύμβολο «~». Αν p είναι μια πρόταση, τότε ~ p είναι η άρνησή της. Η άρνηση μιας άρνησης είναι η αρχική πρόταση ~ (~ p) = p.

Μια συνεπαγωγή είναι μια υποθετική πρόταση που αποτελείται από μια προκείμενη (πρόταση που ακολουθεί τη λέξη «εάν») και μια συνεπόμενη (πρόταση που ακολουθεί τη λέξη «τότε»). Οι προτάσεις «αν ένα τρίγωνο έχει τις τρείς πλευρές ίσες, τότε έχει τις τρεις γωνίες ίσες» και «αν $2_x = 8$ τότε $_x = 4$» και «αν η ευθεία μ είναι κάθετη στην ευθεία ν, τότε η ν είναι κάθετη στη μ» είναι συνεπαγωγές. Η προκείμενη λέγεται μερικές φορές «η υπόθεση» και η συνεπόμενη λέγεται «το συμπέρασμα». Χρησιμοποιώντας p σαν υπόθεση, q σαν συμπέρασμα και ένα βέλος ανάμεσά τους, εκφράζουμε τη συνεπαγωγή σαν $p \rightarrow q$ είναι $q \rightarrow p$. Η έκφραση $p \rightarrow q$ συμβολίζει ότι μια συνεπαγωγή και η αντίστροφή της είναι ισοδύναμη γιατί η κάθε μια συνεπάγεται την άλλη.

Αν πάρουμε την άρνηση της προκείμενης και της συνεπόμενης μιας συνεπαγωγής, η συνεπαγωγή που προκύπτει είναι η αντίθετη της πρώτης. Η αντίθετη της $p \rightarrow q$ είναι $\sim p \rightarrow \sim q$ που διαβάζεται «όχι p συνεπάγεται όχι q».

Αν θεωρήσουμε την άρνηση της προκείμενης και της συνεπόμενης μιας συνεπαγωγής και αν στη συνέχεια τις ανταλλάξουμε, η συνεπαγωγή που προκύπτει είναι η «αντιστροφοαντίθετη» της $p \rightarrow q$ είναι $\sim q \rightarrow \sim p$, που διαβάζεται «όχι q συνεπάγεται όχι p».

Τεστ Κατανόησης - Λογικές Προτάσεις

Σε κάθε μια από τις ερωτήσεις που ακολουθούν, διαλέξτε μια και μόνο απάντηση· διαλέξτε την καλύτερη και πιο απλή απάντηση.

1) Ο σύνδεσμος μιας διάζευξης είναι:

α) $\rightarrow$

β) V

γ) $\rightarrow$

δ) $\sim$

ε) Λ

2) Η έκφραση $p \rightarrow q$ σημαίνει ότι ... είναι ισοδύναμες.

α) μια αντιστροφοαντίθετη και μια συνεπαγωγή

β) μια αντιστροφοαντίθετη και μια αντίστροφη

γ) μια συνεπαγωγή και μια αντίστροφη

δ) μια αντίθετη και μια αντιστροφοαντίθετη

ε) μια αντίστροφη και μια αντίθετη

3) Έστω α μια απλή πρόταση. Εάν (~α) είναι ψευδής, τότε α είναι:

α) αληθής

β) ψευδής

γ) εξαρτάται από το α

δ) εξαρτάται από το ~

ε) δεν μπορούμε ν' απαντήσουμε σ' αυτήν την ερώτηση

4) Η αντίστροφη της $p \rightarrow q$ είναι:

α) $\sim p \rightarrow \sim q$

β) $\sim q \rightarrow \sim p$

γ) $q \rightarrow p$
δ) $q \rightarrow \sim q$
ε) $\sim p \rightarrow p$

5) Εάν μια σύνθετη πρόταση αποτελείται από δύο απλές προτάσεις p και q, τέτοιες ώστε η μια να 'ναι αληθής και η άλλη ψευδής, τότε...
α) $p \vee q$ είναι πάντα αληθής
β) $p \vee q$ είναι αληθής μόνο αν p είναι η αληθής πρόταση
γ) $p \vee q$ είναι αληθής μόνο αν q είναι η αληθής πρόταση
δ) $p \vee q$ είναι πάντοτε ψευδής
ε) $p \vee q$ δεν είναι ούτε αληθής ούτε ψευδής

6) Εάν $a \wedge b$ είναι αληθής τότε:
α) a ή b είναι αληθής
β) a και b είναι αληθείς
γ) a είναι αληθής αλλά δεν είναι αναγκαίο και η b να 'ναι αληθής
δ) b είναι αληθής αλλά δεν είναι αναγκαίο και η a να 'ναι αληθής
ε) δεν μπορούμε να φθάσουμε σε κανένα συμπέρασμα.

7) $6 > 5$ και $1 < 7$ είναι μια:
α) διάζευξη
β) συνεπαγωγή
γ) άρνηση
δ) σύζευξη
ε) καμιά από τις 4 προηγούμενες.

8) Όταν δίνεται η συνεπαγωγή «αν μια γωνία είναι ορθή γωνία, **τότε το μέτρο της είναι 90°**», η υπογραμμισμένη φράση λέγεται:
α) συμπέρασμα ή συνεπόμενη
β) άρνηση
γ) η αντίθετη της πρώτης πρότασης
δ) προκείμενη
ε) υπόθεση

9) Η ένωση δύο απλών προτάσεων μ' ένα (απλό) σύνδεσμο λέγεται:
α) αντιστροφοαντίθετη
β) υποθετική πρόταση
γ) σύνθετη πρόταση
δ) πολύπλοκη πρόταση
ε) συνεπαγωγή

10) Στην $p \rightarrow q$, το p λέγεται:
α) κατάφαση

β) σύμβολο
γ) γράμμα
δ) συνεπόμενη
ε) υπόθεση

11) Μια διάζευξη παριστάνεται με:
α) p και q
β) p συνεπάγεται q, και q συνεπάγεται p
γ) όχι p
δ) p ή p
ε) p συνεπάγεται q

12) «Εάν $4_x = 0$» είναι αντιστροφοαντίθετή της:
α) εάν $4_x \neq 0$, τότε $_x = 0$
β) εάν $_x = 0$, τότε $4_x = 0$
γ) εάν $_x \neq 0$, τότε $4_x \neq 0$
δ) εάν $4_x \neq 0$, τότε $_x \neq 0$
ε) εάν $_x \neq 0$, τότε $4_x = 0$

13) $p = \sim (\sim p)$ είναι ...
α) πάντα αληθής
β) αληθής αν p είναι αληθής
γ) αληθής αν p είναι ψευδής
δ) ποτέ αληθής
ε) δεν μπορούμε ν' απαντήσουμε σωστά σ' αυτήν την ερώτηση

14) Συνεπτόμενη και προκείμενη είναι όροι που χρησιμοποιούνται για να παραστήσουμε τα μέρη μιας ...
α) άρνησης
β) διάζευξης
γ) σύζευξης
δ) συνεπαγωγής
ε) καμιά από τις 4 προηγούμενες

15) $b = 4$ λέγεται η ... $b \neq 4$
α) αντίθετη
β) άρνηση
γ) αντίστροφη
δ) αντιστροφοαντίθετη
ε) καμιά από τις προηγούμενες

16) Έστω η πρόταση $4_x = 8 \Leftrightarrow {}_x = 2$
$4_x = 8 \rightarrow {}_x = 2$ είναι η ... της $_x = 2 \rightarrow 4_x = 8$

α) αντίθετη
β) άρνηση
γ) αντιστροφοαντίθετη
δ) αντίστροφη
ε) συνεπαγωγή

17) Η πρόταση $3 < x < 7$ μπορεί να γραφτεί:
α) $3 > x > 7$
β) $3 < x \wedge x < 7$
γ) $3 < x \vee x < 7$
δ) $3 < x \wedge x > 7$
ε) $3 > x \vee x > 7$

18) Εάν μια σύνθετη πρόταση αποτελείται από δύο απλές προτάσεις p και q, τέτοιες ώστε η μια να 'ναι αληθής και η άλλη ψευδής, τότε ...
α) $p \wedge q$ είναι πάντα αληθής
β) $p \wedge q$ είναι αληθής μόνο αν η πρόταση q είναι αληθής
γ) $p \wedge q$ είναι αληθής μόνο αν η πρόταση q είναι αληθής
δ) $p \wedge q$ είναι πάντα ψευδής
ε) $p \wedge q$ δεν είναι ούτε αληθής ούτε ψευδής

19) Η πρόταση $\sim (x < 7)$ είναι ισοδύναμη με:
α) $x = 7$
β) $x \neq 7$
γ) $x > 7$
δ) $x \not> 7$
ε) $x \not< 7$

20) Η σύνθετη πρόταση $5 \leqslant x$ μπορεί να γραφτεί:
α) $5 = x < 5$
β) $5 < x \vee 5 = x$
γ) $5 < x$
δ) $5 < x \wedge 5 = x$
ε) $5 = x$

21) Η αντίθετη της $\sim p \rightarrow q$ είναι:
α) $q \rightarrow p$
β) $q \rightarrow \sim p$
γ) $\sim p \Leftrightarrow q$
δ) $p \rightarrow \sim q$
ε) $p \rightarrow q$

22) Η πρόταση «αν $4x = 24$, τότε $x = 6$» είναι ...

α) μια διάζευξη όπου $_x = 6$ είναι μια απλή πρόταση
β) μια διάζευξη όπου $4_x = 24$ είναι μια απλή πρόταση
γ) μια συνεπαγωγή όπου $_x = 6$ είναι η προκείμενη
δ) μια συνεπαγωγή όπου $_x = 6$ είναι η συνεπόμενη
ε) μια συνεπαγωγή όπου $_x = 6$ είναι η υπόθεση

23) Η αντιστροφοαντίθετη της «αν r τότε $\sim (s \wedge t)$» είναι:
α) αν $\sim r$ τότε $(s \wedge t)$
β) αν r τότε $(s \wedge t)$
γ) αν $(s \wedge t)$ τότε $\sim r$
δ) αν $(s \wedge t)$ τότε r
ε) καμιά από τις προηγούμενες

24) Αν α και b είναι απλές προτάσεις, μια σύζευξη παριστάνεται με:
α) $\alpha \wedge b$
β) $\alpha \wedge b$
γ) α ή b
ε) καμιά από τις προηγούμενες περιπτώσεις

25) «Αν $4_x \neq 24$, τότε $_x \neq 6$» είναι η (το) ... της «αν $4_x = 24$, τότε:
α) προκείμενη
β) αντίστροφη
γ) αντιστροφοαντίθετη
δ) συμπέρασμα
ε) αντίθετη

Πίνακας 5 (1984 - 85)
Σκορς των ερωτήσεων

αριθ. ερώτ	ΓΥΜΝΑΣΙΑ		ΛΥΚΕΙΑ		ΤΕΧΝΙΚΑ ΛΥΚΕΙΑ	
1	180/225	80 %	0229/252	90.9%	47/79	59.5%
2	145/225	64.4%	199/252	79 %	24/79	30.4%
3	163/225	72.4%	215/252	85.3%	45/79	57 %
4	160/225	71.1%	206/252	81.7%	46/79	58.2%
5	101/225	44.9%	197/252	78.2%	25/79	31.7%
6	163/225	72.4%	214/252	84.9%	35/79	44.3%
7	147/225	65.3%	194/252	77 %	32/79	40.5%
8	170/225	75.6%	221/252	87.7%	35/79	44.3%
9	140/225	62.2%	187/252	74.2%	50/79	63.3%
10	146/225	64.9%	212/252	84.1%	31/79	39.2%
11	142/225	63.1%	210/252	83.3%	40/79	50.6%
12	90/225	40 %	148/252	58.7%	13/79	16.5%
13	78/225	34.7%	117/252	46.4%	32/79	40.5%
14	172/225	36.4%	221/252	87.7%	31/79	39.2%
15	72/225	32 %	116/252	46 %	10/79	12.7%
16	103/225	45.8%	156/252	61.9%	16/79	20.3%
17	169/225	75.1%	211/252	83.7%	46/79	58.2%
18	116/225	51.6%	194/252	77 %	25/79	31.6%
19	91/225	40.4%	94/252	37.3%	20/79	25.3%
20	91/225	40.4%	113/252	44.8%	13/79	16.5%
21	86/225	38.2%	150/252	59.5%	19/79	24.1%
22	137/225	60.9%	164/252	65.1%	15/79	19 %
23	120/225	53.3%	163/252	64.7%	22/79	27.9%
24	155/225	68.9%	216/252	64.7%	23/79	29.1%
25	116/225	51.6%	154/252	61.1%	8/79	10.1%

Πίνακας 6 (1984 - 85)
Μέσοι όροι και αξιοπιστία (Γυμνάσια)

1ο Λάρισας	$M_1 = 62.47$	$M_2 = 68.71$	$M = 65.65$	$r_{12} = 0,56$, $f = 0,72$
	$\sigma_1 = 22.1$	$\sigma_2 = 23.63$	$\sigma = 20.26$	$R = 0.81$
Αγίων Αναργύρων	$M_1 = 36$	$M_2 = 42.95$	$M = 39.37$	$r_{12} = 0,54$, $f = 0.71$
	$\sigma_1 = 16.98$	$\sigma_2 = 22.11$	$\sigma = 17.09$	$R = 0.70$
Τυρνάβου	$M_1 = 42.56$	$M_2 = 44.38$	$M = 43.41$	$r_{12} = 0.36$, $f = 0.54$
	$\sigma_1 = 19.30$	$\sigma_2 = 17.16$	$\sigma = 15.07$	$R = 0.59$
Φαρκανδώνας	$M_1 = 43.46$	$M_2 = 48.04$	$M = 45.69$	$r_{12} = 0.63$, $f = 0.78$
	$\sigma_1 = 15.94$	$\sigma_2 = 28.20$	$\sigma = 18.4$	$R = 0.74$
Λεπτοκαρυάς ($Γ_2$)	$M_1 = 54.85$	$M_2 = 69.1$	$M = 62.2$	$r_{12} = 0.81$, $f = 0.90$
	$\sigma_1 = 24.86$	$\sigma_2 = 23.79$	$\sigma = 23.66$	$R = 0.87$
Λεπτοκαρυάς ($Γ_1$)	$M_1 = 57.45$	$M_2 = 60.85$	$M = 59.2$	$r_{12} = 0.74$, $f = 0.85$
	$\sigma_1 = 17.46$	$\sigma_2 = 22.39$	$\sigma = 18.65$	$R = 0.75$
13ο Θεσ/νίκης ($Γ_1$)	$M_1 = 61.51$	$M_2 = 68.37$	$M = 68.8$	$r_{12} = 0.65$, $f = 0.79$
	$\sigma_1 = 17.93$	$\sigma_2 = 25.59$	$\sigma = 19.62$	$R = 0.79$
13ο Θεσ/νίκης ($Γ_1$)	$M_1 = 67.65$	$M_2 = 76.43$	$M = 71.89$	$r_{12} = 0,62$, $f = 0,77$
	$\sigma_1 = 18.95$	$\sigma_2 = 20.66$	$\sigma = 17.8$	$R = 0.78$

Πίνακας 7 (1984 - 85)
Μέσοι όροι και αξιοπιστία (Λύκεια)

1ο Ευόσμου	$M_1 = 67.09$	$M_2 = 77.15$	$M = 72.35$	$r_{12} = 0.65$, $f = 0.79$
	$\sigma_1 = 15.81$	$\sigma_2 = 18.81$	$\sigma = 15.77$	$R = 0.71$
1ο Συκεών	$M_1 = 64.45$	$M_2 = 74.77$	$M = 69.94$	$r_{12} = 0.41$, $f = 0.58$
	$\sigma_1 = 13.66$	$\sigma_2 = 18.26$	$\sigma = 13.77$	$R = 0.58$
Τυρνάβου	$M_1 = 66.71$	$M_2 = 70.42$	$M = 68.52$	$r_{12} = 0.76$, $f = 0.86$
	$\sigma_1 = 22.68$	$\sigma_2 = 24.79$	$\sigma = 22.15$	$R = 0.86$
4ο Λάρισας	$M_1 = 71.22$	$M_2 = 84.13$	$M = 78.13$	$r_{12} = 0.33$, $f = 0{,}49$
	$\sigma_1 = 8.87$	$\sigma_2 = 12.8$	$\sigma = 9.03$	$R = 0.17$
3ο Λάρισας	$M_1 = 58.14$	$M_2 = 62.69$	$M = 60.41$	$r_{12} = 0.64$, $f = 0.78$
	$\sigma_1 = 18.68$	$\sigma_2 = 23.7$	$\sigma = 19.25$	$R = 0.77$
1ο Λάρισας	$M_1 = 70.4$	$M_2 = 84.1$	$M = 77$	$r_{12} = 0.55$, $f = 0.71$
	$\sigma_1 = 13.11$	$\sigma_2 = 15.41$	$\sigma = 12.61$	$R = 0.58$
Νεάπολης (Κοζ.)	$M_1 = 72.5$	$M_2 = 70.28$	$M = 71.41$	$r_{12} = 0.45$, $f = 0.62$
	$\sigma_1 = 20.13$	$\sigma_2 = 20.12$	$\sigma = 16$	$R = 0.75$
2ο Κοζάνης	$M_1 = 75.43$	$M_2 = 68.13$	$M = 71.67$	$r_{12} = 0.72$, $f = 0.84$
	$\sigma_1 = 18.69$	$\sigma_2 = 17.38$	$\sigma = 16.68$	$R = 0.74$
4ο Κ.Ε.Τ.Ε (Θεσν/ίκης) (A_1)	$M_1 = 41.29$	$M_2 = 37.47$	$M = 38.82$	$r_{12} = 0.63$, $f = 0.77$
	$\sigma_1 = 16.76$	$\sigma_2 = 18.78$	$\sigma = 15.92$	$R = 0.65$
4ο Κ.Ε.Τ.Ε (Θεσ/νίκης) (A_2)	$M_1 = 41.36$	$M_2 = 28.18$	$M = 34.91$	$r_{12} = 0.47$, $f = 0.63$
	$\sigma_1 = 16.68$	$\sigma_2 = 18.50$	$\sigma = 14.98$	$R = 0.62$
7ο Κ.Ε.Τ.Ε (Θεσ/νίκης) (A_1)	$M_1 = 35.8$	$M_2 = 37.7$	$M = 36.8$	$r_{12} = 0.77$, $f = 0.87$
	$\sigma_1 = 15.46$	$\sigma_2 = 22.49$	$\sigma = 17.69$	$R = 0.73$
7ο Κ.Ε.Τ.Ε (Θεσ/νίκης) (A_2)	$M_1 = 35.4$	$M_2 = 28.4$	$M = 32$	$r_{12} = 0.52$, $f = 0.68$
	$\sigma_1 = 16.4$	$\sigma_2 = 17.05$	$\sigma = 14.57$	$R = 0.62$

ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ 1 (1984 - 85)

Μέσοι όροι των σκορς στο ερωτηματολόγιο

ΓΥΜΝΑΣΙΑ

1. 1ο Λάρισας
2. Αγίων Αναργύρων
3. Τυρνάβου
4. Φαρκανδώνας
5. Λεπτοκαρυάς (T_2)
6. Λεπτοκαρυάς ($Γ_1$)
7. 13ο Θεσ/νίκης ($Γ_1$)
8. 13ο Θεσ/νίκης ($Γ_2$)

ΛΥΚΕΙΑ

9. 1ο Ευόσμου
10. 1ο Συκεών
11. Τυρνάβου
12. 4ο Λάρισας
13. 3ο Λάρισας
14. 1ο Λάρισας
15. Νεάπολης Κοζ.
16. 2ο Κοζάνης
17. 1ο Λάρισας
18. 4ο Κ.Ε.Τ.Ε. Θεσ/νίκης (A_2)
19. 7ο Κ.Ε.Τ.Ε. Θεσ/νίκης (A_1)
17. 4ο Κ.Ε.Τ.Ε. Θεσ/νίκης (A_1)
20. 7ο Κ.Ε.Τ.Ε. Θεσ/νίκης (A_2)

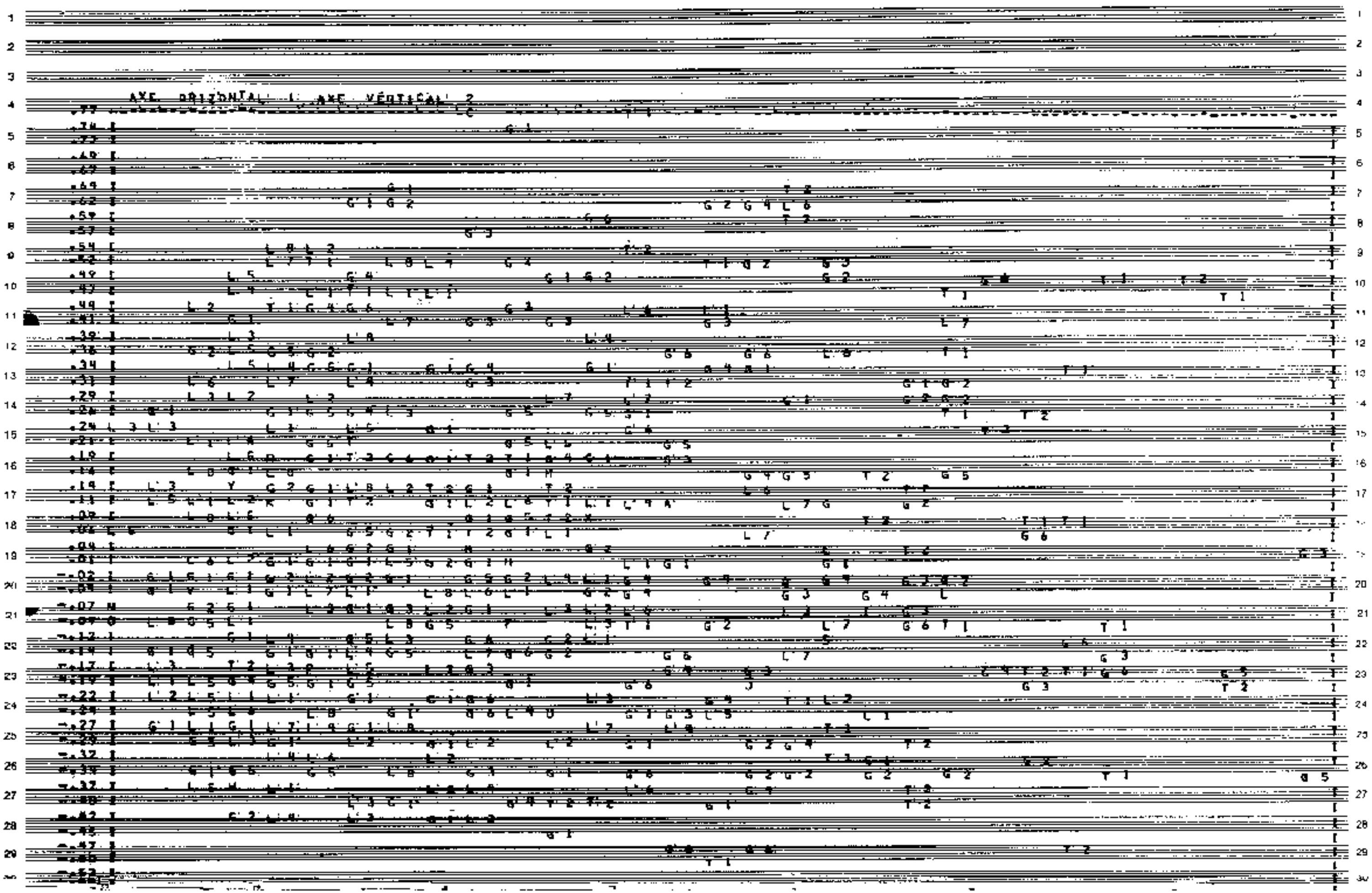
Πίνακας 8 (Συσχετίσεις)

X	2.7095	1.2284
Y	3.1117	1.0077

MATRICE DES CORRELATIONS

A	1.00																				
B	.00	.00																			
C	.01	.00	1.00																		
D	-.02	.00	-.49	1.00																	
E	.00	.00	-.03	-.02	1.00																
F	.02	.00	-.02	.01	-.02	1.00															
G	.04	.00	.03	-.05	.12	.05	1.00														
H	-.14	.00	.01	-.04	-.02	.16	-.02	1.00													
I	.18	.00	-.01	.03	.12	.03	.17	-.05	1.00												
J	-.06	.00	-.08	.04	.07	.06	.16	.11	.15	1.00											
K	-.01	.00	-.03	-.01	-.17	.19	-.04	-.05	-.08	-.06	1.00										
L	.11	.00	-.04	.03	.20	.02	.24	.03	.27	.16	-.00	1.00									
M	.01	.00	.04	.01	-.05	.10	.07	.13	.02	.14	.03	.10	1.00								
N	-.15	.00	-.02	.02	-.14	-.04	-.19	-.01	-.24	-.12	.13	-.20	-.07	1.00							
O	-.07	.00	-.04	.34	-.21	-.01	-.12	-.05	-.12	-.12	.15	-.24	-.07	.18	1.00						
P	-.09	.00	-.01	.00	-.09	.07	-.01	-.02	-.02	-.04	-.04	-.14	-.08	.16	.19	1.00					
Q	.15	.00	-.01	.01	.12	.09	.23	.01	.22	.14	-.07	.21	.05	-.16	-.10	-.01	1.00				
R	-.06	.00	.09	-.01	-.17	.04	.00	.04	-.03	-.10	.17	-.10	.15	.10	-.18	.03	-.02	1.00			
S	.15	.00	-.08	-.02	.15	-.02	.15	.12	.21	.11	-.05	.23	-.03	-.17	-.15	-.10	.17	-.03	1.00		
T	-.03	.00	.00	-.02	-.09	.02	.05	.00	-.09	-.04	.10	-.09	.09	.00	.04	.06	.05	.14	-.10	1.00	
U	-.06	.00	-.09	.00	.08	.06	.01	.09	.04	.03	-.15	.05	-.01	-.01	.01	.12	-.01	-.13	.08	-.12	
V	.00	.00	-.01	.00	-.18	.02	-.17	-.00	-.08	-.01	-.02	-.19	-.02	.11	.12	.05	-.01	.14	-.08	.06	
/	1.00																				
W	-.09	.00	-.10	.15	-.13	-.00	-.13	-.01	-.07	-.01	-.05	-.11	-.06	.15	.16	.18	-.06	.17	-.08	-.01	
CX4E	.18	1.00																			
X	.05	.00	.03	-.01	.05	.02	.09	.07	.02	.07	-.01	.09	.07	.01	-.09	.03	.14	.06	.08	.01	
H	.03	-.03	1.00																		
Y	-.03	.00	.06	-.05	-.10	-.01	-.05	-.01	-.11	-.06	.02	-.11	.00	.11	.08	.07	-.13	.08	-.11	.10	
Z VN	.18	.10	.01	1.00																	

ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ 2 Οριζόντιος άξονας 1 - κατακόρυφος άξονας 2



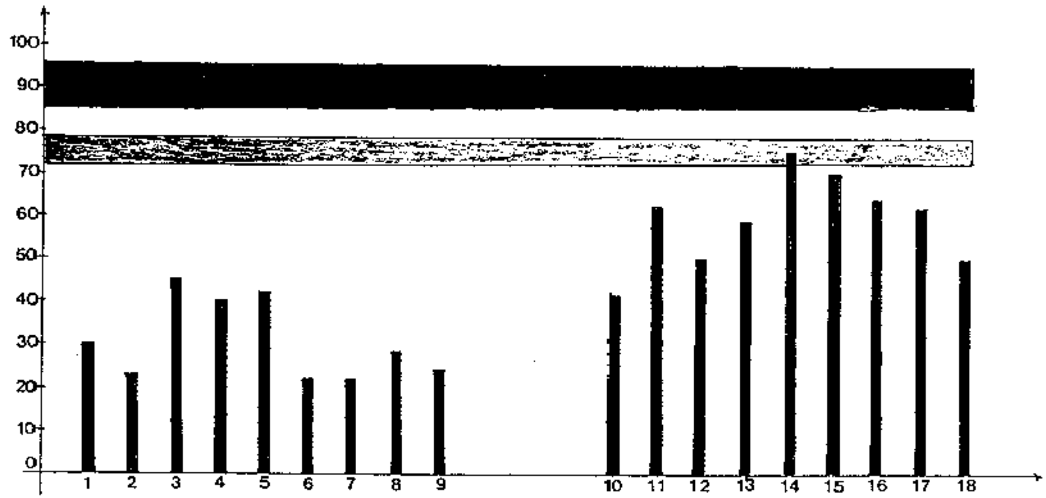
Πίνακας 9

Μέσοι όροι και αξιοπιστία (Γυμνάσια 1985 - 86)				
8ο Λάρισας ($Γ_1$)	$M_1 = 31.57\%$	$M_2 = 28.92\%$	$M = 30.15\%$	$r_{12} = 0.065$
	$\sigma_1 = 10.98$	$\sigma_2 = 9.64$	$\sigma = 7.46$	$F = 0.12$
8ο Λάρισας ($Γ_2$)	$M_1 = 26.56$	$M_2 = 19.12$	$M = 22.83$	$r_{12} = -0.08$
	$\sigma_1 = 12.96$	$\sigma_2 = 10.30$	$\sigma = 8.12$	$F = -0.17$
3ο Λάρισας ($Γ_1$)	$M_1 = 50.22$	$M_2 = 41.22$	$M = 44.90$	$r_{12} = 0.68$
	$\sigma_1 = 21.27$	$\sigma_2 = 17.23$	$\sigma = 17.67$	$F = 0.81$
3ο Λάρισας ($Γ_3$)	$M_1 = 45$	$M_2 = 34.06$	$M = 39.88$	$r_{12} = 0.56$
	$\sigma_1 = 20.49$	$\sigma_2 = 13.19$	$\sigma = 15.38$	$F = 0.72$
3ο Λάρισας ($Γ_4$)	$M_1 = 50.30$	$M_2 = 36.23$	$M = 42.53$	$r_{12} = 0.54$
	$\sigma_1 = 19.22$	$\sigma_2 = 19.01$	$\sigma = 16.35$	$F = 0.70$
Θέρμης	$M_1 = 24.03$	$M_2 = 19.89$	$M = 21.93$	$r_{12} = 0.29$
	$\sigma_1 = 10.70$	$\sigma_2 = 11.41$	$\sigma = 8.88$	$F = 0.45$
Τυρνάβου ($Γ_1$)	$M_1 = 22.45$	$M_2 = 20.45$	$M = 21.40$	$r_{12} = 0.13$
	$\sigma_1 = 10.08$	$\sigma_2 = 10.55$	$\sigma = 7.62$	$F = 0.23$
1ο Τυρνάβου ($Γ_4$)	$M_1 = 30.60$	$M_2 = 25.50$	$M = 28.60$	$r_{12} = 0.11$
	$\sigma_1 = 15.57$	$\sigma_2 = 9.99$	$\sigma = 10.60$	$F = 0.20$
Τσαριτσάνης	$M_1 = 26.49$	$M_2 = 22.17$	$M = 24.29$	$r_{12} = 0.24$
	$\sigma_1 = 13.06$	$\sigma_2 = 12.66$	$\sigma = 10.13$	$F = 0.39$

Πίνακας 10

Μέσοι όροι και αξιοπιστία (Λύκεια 1985 - 86)

Τσαριτσάνης	$M_1 = 48.47\%$	$M_2 = 38.84\%$	$M = 41.89\%$	$r_{12} = 0.51$
	$\sigma_1 = 20.10$	$\sigma_2 = 18.98$	$\sigma = 16.94$	$F = 0.68$
3ο Λάρισας (A_2)	$M_1 = 66.65$	$M_2 = 58.31$	$M = 62.5$	$r_{12} = 0.87$
	$\sigma_1 = 22.78$	$\sigma_2 = 21.39$	$\sigma = 21.39$	$F = 0.93$
3ο Λάρισας (A_3)	$M_1 = 52.9$	$M_2 = 46.22$	$M_1 = 49.8$	$r_{12} = 0.54$
	$\sigma_1 = 15.85$	$\sigma_2 = 17.92$	$\sigma = 14.89$	$F = 0.70$
3ο Λάρισας (A_4)	$M_1 = 61.57$	$M_2 = 56.07$	$M = 58.42$	$r_{12} = 0.57$
	$\sigma_1 = 24.51$	$\sigma_2 = 17.9$	$\sigma = 19.19$	$F = 0.73$
13ο Θεσ/νίκης (1)	$M_1 = 75.15$	$M_2 = 72.36$	$M = 75.63$	$r_{12} = 0.06$
	$\sigma_1 = 19.42$	$\sigma_2 = 19.61$	$\sigma = 16.62$	$F = 0.11$
13ο Θεσ/νίκης (2)	$M_1 = 76.28$	$M_2 = 67.33$	$M = 69.93$	$r_{12} = 0.70$
	$\sigma_1 = 20.04$	$\sigma_2 = 21.98$	$\sigma = 21.10$	$F = 0.82$
13ο Θεσ/νίκης (3)	$M_1 = 65.19$	$M_2 = 61.87$	$M = 63.87$	$r_{12} = 0.77$
	$\sigma_1 = 26.38$	$\sigma_2 = 20.09$	$\sigma = 21.38$	$F = 0.87$
Τυρνάβου (A_1)	$M_1 = 69.43$	$M_2 = 55.6$	$M = 61.73$	$r_{12} = 0.47$
	$\sigma_1 = 16.99$	$\sigma_2 = 17.78$	$\sigma = 15.34$	$F = 0.64$
Τυρνάβου	$M_1 = 53.83$	$M_2 = 46.43$	$M = 50.4$	$r_{12} = 0.55$
	$\sigma_1 = 17.56$	$\sigma_2 = 18.09$	$\sigma = 15.44$	$F = 0.71$



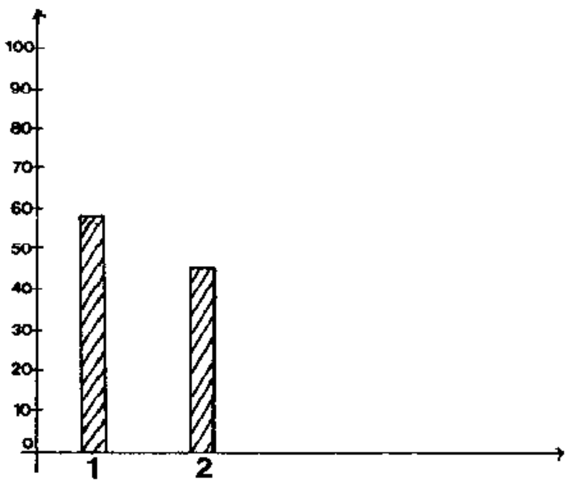
ΓΥΜΝΑΣΙΑ

1. 8ο Λάρισας ($Γ_1$)
2. 8ο Λάρισας ($Γ_2$)
3. 3ο Λάρισας ($Γ_1$)
4. 3ο Λάρισας ($Γ_3$)
5. 3ο Λάρισας ($Γ_4$)
6. Θέρμης
7. 1ο Τυρνάβου ($Γ_1$)
8. 1ο Τυρνάβου ($Γ_4$)
9. Τσαριτσάνης

ΛΥΚΕΙΑ

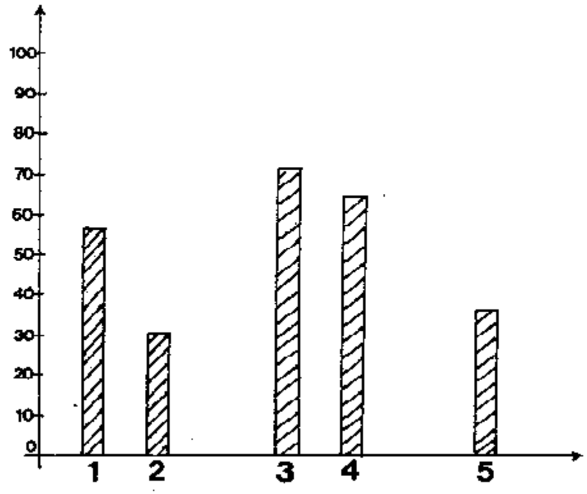
10. Τσαριτσάνης
11. 3ο Λάρισας (A_2)
12. 3ο Λάρισας (A_3)
13. 3ο Λάρισας (A_4)
14. 13ο Θεσ/νίκης (1)
15. 13ο Θεσ/νίκης (2)
16. 13ο Θεσ/νίκης (3)
17. Τυρνάβου (A_1)
18. Τυρνάβου (A_2).

ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ IV
(1984 - 85 και 1985 - 86)



1. Γενικός μέσος όρος Γυμνασίων και Λυκείων (1) $M^{(1)} = 58\%$
2. Γενικός μέσος όρος Γυμνασίων και Λυκείων (2) $M^{(2)} = 45\%$

ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ V
[Σύγκριση της 1ης φάσης (1984 - 85) με τη δεύτερη φάση (1985 - 86)



1. $M_1 = 57\%$ - Γυμνάσια - 1η φάση
2. $M_2 = 31\%$ - Γυμνάσια - 2η φάση
3. $M_3 = 71\%$ - Λύκεια - 1η φάση
4. $M_4 = 59\%$ - Λύκεια - 2η φάση
5. $M_5 = 38\%$ - Τεχνικά Λύκεια - 1η φάση

L'ENSEIGNEMENT DE LA LOGIQUE EN PREMIERE CLASSE DU LYCEE GREC

A. GAGATSIS

RESUME

Dans cete recherche, nous présentons un essai d'évaluation de l'enseignement de la logique aux élèves grecs.

La première année de la recherche (1984 - 1985), 225 élèves de la trosième class du collège et 252 élèves de la première classe du lycée ont répordu à un questionnaire après une lecture de quinze minutes d'un texte de logique.

La deuxième année de la recherche (1985 - 1986), 255 élèves de la troisième class du collège ont répondu au même questionnaire après une lecture du même texte, et 287 élèves de la première classe du lycée ont répondu au même questionnaire, mais sans lecture du texte.

D'après les résulats, les différences obtenues entre les élèves des deux classes ne sont pas importantes. La recherche dans son ensemble montre du'il faut remettre en question l'enseignement de la logique en première classe du lycée grec.