

ΜΠΑΜΠΗΣ ΤΟΥΜΑΣΗΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ: ΕΝΑ ΑΞΙΟΛΟΓΟ ΕΡΓΑΛΕΙΟ ΓΙΑ ΤΟΝ ΕΜΠΛΟΥΤΙΣΜΟ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΠΡΑΞΗΣ

Εισαγωγή

Η γραπτή έκφραση των μαθητών χρησιμοποιείται συνήθως στο παραδοσιακό σχολείο με μοναδικό σκοπό την αξιολόγηση των ίδιων των μαθητών. Δηλαδή οι μαθητές γράφουν για το δάσκαλο, για να του δείξουν ότι έχουν μάθει το μάθημά τους και επομένως να πάρουν το βαθμό που τους αντιστοιχεί. Πρόσφατες όμως έρευνες έχουν δείξει ότι οι γραπτές εργασίες και γενικώς η γραπτή έκφραση των μαθητών αποδεικνύεται πολύτιμο και ισχυρό εργαλείο μάθησης (Myers 1984). Συγκρίσεις τάξεων στις οποίες εφαρμόζονταν η γραπτή έκφραση των μαθητών ως εργαλείο μάθησης μέσ' από κατάλληλες δραστηριότητες, με τάξεις στις οποίες δεν εφαρμόζονταν στοιχεία γραπτής έκφρασης, διαβεβαιώνουν ότι οι μαθητές οι οποίοι συνήθισαν να εκφράζονται γραπτώς, πραγματικά έμαθαν και διατήρησαν διάφορες έννοιες καλύτερα παρ' ότι οι μαθητές οι οποίοι δεν συμμετείχαν σε δραστηριότητες γραπτών εργασιών (Zinsser 1988).

Οι γραπτές δοκιμασίες και δραστηριότητες των μαθητών έχουν εξίσου μια αξιολογική θέση και στη διδασκαλία του μαθήματος των μαθηματικών γιατί προσφέρουν ένα νέο και ενδιαφέροντα τρόπο επικοινωνίας μεταξύ μαθητή και δασκάλου (Watson 1908). Οι γραπτές εργασίες δίνουν μια ευκαιρία στους μαθητές να ξεκαθαρίσουν και κατανοήσουν σε βάθος τη σημασία μιας μαθηματικής έννοιας ή μιας έννοιας αφού η παρουσίαση των ιδεών τους πάνω στο χαρτί τους δίνει την ευκαιρία να'ρθουν αντιμέτωποι με αυτές και να αναγνωρίσουν τις τελικές τους ελλείψεις. Αυτό το τελευταίο θα μπορούσε να θεωρηθεί ως σημείο αφετηρίας για να αναλύσουν κάτι που δεν έχουν καταλάβει και για να προσπαθήσουν να δουλέψουν παραπέρα πάνω σ' αυτό. Η γραπτή αναφορά πάνω σ' ένα μαθηματικό θέμα προϋποθέτει μια οργάνωση και ταξινόμηση των ιδεών μας και των εννοιών γύρω από το θέμα αυτό. Αυτό βέβαια μπορεί να αποδειχθεί ένα δύσκολο εγχείρημα που όμως προσφέρει μια πολύτιμη ανταμοιβή στο μαθητή: τη συνειδητοποίηση των συσχετίσεων και διασυνδέσεων μεταξύ των διαφόρων τμημάτων και εννοιών που έχει μάθει αποσπασματικά (King 1982).

Η γραπτή τέλος έκφραση των μαθητών γύρω από μια μαθηματική διαδικασία ή τρόπο σκέψης είναι ένας τρόπος ενίσχυσης της σημασίας των συμβολικών χειρισμών στο μαθητή. Το πρόσφατο ντοκουμέντο για τη διδασκαλία των μαθηματικών

που εκδόθηκε από το Εθνικό Συμβούλιο των μαθηματικών δασκάλων των Η.Π.Α. (National Council of Teachers of Mathematics), επισημαίνει ότι οι μαθητές θα πρέπει να συνηθίσουν να εκφράζουν τις μαθηματικές τους ιδέες προφορικά και γραπτώς. Αναφέρει ότι: "Τεχνικές που χρησιμοποιούνται για τη διδασκαλία της γραπτής έκφρασης των μαθητών, βοηθούν στην ανάπτυξη της μαθηματικής επικοινωνίας. Η άποψη η οποία θεωρεί τη γραπτή έκφραση ως μια διαδικασία μάθησης δίνει έμφαση στη διανοητική διαστρωμάτωση, διαύγεια και αναθεώρηση - επανεξέταση μιας έννοιας. Αυτή η άποψη μπορεί να εφαρμοστεί άμεσα στην επίλυση ενός μαθηματικού προβλήματος. Η απλή εξάσκηση στο να εκφράζει κανείς γραπτώς τον τρόπο με τον οποίο λύθηκε ένα πρόβλημα, όχι μόνο βοηθά το μαθητή να ξεκαθαρίσει τη σκέψη του αλλά μπορεί επίσης να του προσφέρει νέες ιδέες μέσα από μια νέα θεώρηση του προβλήματος (N.C.T.M. 1989 p. 142).

Ενώ όμως αναγνωρίζουμε την αξία και τη δυναμική της γραπτής έκφρασης των μαθητών στην εκπαιδευτική διαδικασία, δεν θα πρέπει ταυτόχρονα να παραβλέψουμε να τονίσουμε ότι ένα ελάχιστο μόνο μέρος της δυναμικής αυτής έχει αξιοποιηθεί για τις ανάγκες της μάθησης των μαθηματικών μέχρι τώρα. Στη διδασκαλία των μαθηματικών οι γραπτές δοκιμασίες των μαθητών έχουν παραδοσιακά περιοριστεί στο να προσφέρουν απαντήσεις σε δοσμένα προβλήματα, ασκήσεις ή tests. Είναι όμως πράγματι αυτές οι μόνες μορφές με τις οποίες η γραπτή έκφραση των μαθητών θα μπορούσε να αξιοποιηθεί στη διδασκαλία του μαθήματος των μαθηματικών; Πιστεύουμε ότι διάφοροι άλλοι συνδυασμοί του μαθηματικού περιεχομένου και των γραπτών μορφών έκφρασης είναι δυνατοί και θα μπορούσαν να προσφέρουν πολύτιμες μαθησιακές εμπειρίες για τους μαθητές μας. Ως ένα αξιολογικό παράδειγμα αναφέρουμε τις θετικές εμπειρίες που απεκόμισαν οι μαθητές από τη δημιουργία ενός περιοδικού που χρησίμευε ως μαθητικό ημερολόγιο, στο οποίο ανέγραψαν τις σκέψεις, ιδέες και συναισθήματά τους για το μάθημα των μαθηματικών και την διδακτική πράξη (Borasi & Rose 1989). Αλλά και άλλες μεμονομένες έρευνες αποδεικνύουν τη θετική επίδραση που είχαν στη μάθηση των μαθηματικών οι γραπτές δραστηριότητες των μαθητών, όπως μαθηματικές ιστοριούλες, πραγματίες, διάλογοι, ανέκδοτα, περιγραφές συναισθημάτων και στάσεων απέναντι στα μαθηματικά, περιγραφές τεχνικών επίλυσης προβλημάτων ή τρόπου σκέψης κ.τ.λπ (Goeslin 1977, Keith 1988, Nahrgang & Peterson 1986).

Με το άρθρο αυτό επιθυμούμε να παρουσιάσουμε τις εμπειρίες από ορισμένες δραστηριότητες γραπτής έκφρασης των μαθητών στο μάθημα των μαθηματικών, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν το σχολικό έτος 1989-90 σε τρία τμήματα της Β' Λυκείου (B6, B10) του Πολυκλαδικού Λυκείου Πατρών.

Η Ελληνική πραγματικότητα

Πολλές μελέτες οι οποίες πραγματοποιήθηκαν κυρίως κατά τη δεκαετία του '80 επισημαίνουν τις ελλείψεις της Ελληνικής Β/θμιας μαθηματικής εκπαίδευσης και προσπαθούν να εντοπίσουν τις αρνητικές επιπτώσεις που αυτές έχουν στην εκπαίδευση των νέων. Η Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία εξάλλου στα Πανελλήνια συνέδρια που πραγματοποιεί κάθε χρόνο ανελλιπώς από το 1985, ασχολείται με τα πιο σοβαρά από τα προβλήματα αυτά και προτείνει κατά καιρούς διάφορες λύσεις που σκοπό έχουν τη βελτίωση της προσφερόμενης μαθηματικής εκπαίδευσης και την ενταξίωσή της με τις διεθνείς σύγχρονες πρακτικές και τάσεις στην περιοχή αυτή.

Στο άρθρο αυτό προτείνουμε κάποιες δραστηριότητες γραπτής έκφρασης στα πλαίσια της διδασκαλίας του μαθήματος των μαθηματικών στο Λύκειο, οι οποίες δεν έρχονται σε αντίθεση με τη δομή του Ελληνικού εκπαιδευτικού συστήματος και τους περιορισμούς που η λειτουργία του επιβάλλει, τόσο με το περιεχόμενο και τα αναλυτικά προγράμματα, αλλά κυρίως με το εξεταστικό σύστημα. Είναι γνωστό ότι τα πάσης φύσεως διαγωνίσματα ασκούν μια ισχυρή επίδραση πάνω στο περιεχόμενο, τις μεθόδους και πρακτικές διδασκαλίας του μαθήματος των μαθηματικών και συχνά διατυπώνεται η άποψη ότι τελικά ελέγχουν αποτελεσματικά τη διεξαγωγή του, στις ανώτερες κυρίως βαθμίδες της Β/θμιας εκπαίδευσης (Christiansen et al 1986 pp 19-22).

Στην Ελλάδα ιδιαίτερα, όπου το εκπαιδευτικό σύστημα είναι άκρως συγκεντρωτικό και η ζήτηση για πανεπιστημιακή μόρφωση δυσανάλογα μεγάλη σε σχέση με τη δυνατότητα απορρόφησης των πτυχιούχων στην αγορά εργασίας, οι γενικές εξετάσεις εισαγωγής στην Γ/θμια εκπαίδευση ρυθμίζουν ουσιαστικά την εκπαιδευτική πράξη στις ανώτερες κυρίως βαθμίδες της Β/θμιας εκπαίδευσης, υπονομεύοντάς την ταυτόχρονα, μετατρέποντας το Λύκειο σε ένα φροντιστήριο προετοιμασίας των υποψηφίων για την εισαγωγή τους στα Α.Ε.Ι και Τ.Ε.Ι (Τρομπούκης 1986, Γαβρόγλου 1991). Επομένως κάθε εκπαιδευτικός νεοτερισμός ο οποίος δεν θα διευκολύνει την προετοιμασία των μαθητών για τις γενικές εξετάσεις είναι καταδικασμένος ή να απορριφθεί πάραυτα ως "ρομαντικός" και "εξωπραγματικός" ή να ατονίσει ως περιττός, αφού μπορεί να μη προσφέρει τίποτα στον ανταγωνισμό των μαθητών για τις εισιτήριες εξετάσεις. Η δημιουργία, για παράδειγμα, ενός περιοδικού στο οποίο οι μαθητές θα διατύπωναν τα συναισθήματα και τις εντυπώσεις τους από το μάθημα των μαθηματικών κατά τη διάρκεια του σχολικού έτους, δεν θα έβρισκε θετική ανταπόκριση στο Λύκειο γιατί θα μπορούσε να θεωρηθεί ως "χάσιμο χρόνου" από τους μαθητές μια και δεν θα τους βοηθούσε, φαινομενικά τουλάχιστον, στην προετοιμασία τους για τις γενικές εισιτήριες εξετάσεις. Για άλλη μια φορά το εξεταστικό σύστημα θα αποδεικνύονταν η λυδία λίθος αξιολόγησης της διδακτικής πράξης. Έχοντας λοιπόν υποψη μας τη συγκεκριμένη Ελληνική

πραγματικότητα, προσπαθήσαμε να προτείνουμε μια διδακτική προσέγγιση η οποία αφενός μεν θα συνέβαλε στον εμπλουτισμό της παραδοσιακής πρακτικής, που η διδασκαλία του μαθήματος των μαθηματικών ακολουθεί στο Λύκειο και αφετέρου θα γινόταν αποδεκτή από τους μαθητές χωρίς να έρχεται σε αντίθεση με τους περιορισμούς που το εκπαιδευτικό σύστημα επιβάλλει.

Η πιο γνωστή και συνηθής μέθοδος που χρησιμοποιείται στο Ελληνικό σχολείο για την άσκηση των μαθητών στη γραπτή μαθηματική έκφραση είναι οι κατ'οίκον εργασίες, στις οποίες οι μαθητές γράφουν στο τετράδιο τη λύση των ασκήσεων που ο καθηγητής απονέμει σε κάθε μάθημα. Η διαδικασία όμως αυτή έχει καταντήσει τόσο τυπική και στερεότυπη ώστε ο μαθητής αντιγράφει απλώς τη λύση από το βιβλίο λύσεων, που το ίδιο το Υπουργείο παιδείας του προσφέρει, χωρίς τις περισσότερες φορές να καταλαβαίνει τι ακριβώς κάνει. Αυτή τη μηχανική διαδικασία μπορεί να τη διαπιστώσει ο οποιοσδήποτε δάσκαλος των μαθηματικών, αρκεί να συγκρίνει τα γραπτά των μαθητών μεταξύ τους και με το βιβλίο λύσεων είναι όλα πανομοιότυπα. Γι'αυτό και στα τελικά ετήσια γραπτά διαγωνίσματα φανερώνεται σ'όλο της το μεγαλείο η αδυναμία γραπτής μαθηματικής έκφρασης των παιδιών, η οποία εκδηλώνεται με τις ελλείψεις στα γενικά εκφραστικά μέσα που χρησιμοποιούν, αλλά κυρίως με τη δυσκολία που συναντούν στη χρήση του μαθηματικού συμβολισμού.

Εναλλακτικά είδη γραπτής επικοινωνίας στο μάθημα των μαθηματικών

Εχοντας υπόψη μας, από πρώτο χέρι, τις παραπάνω ιδιαιτερότητες και τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα που η διδασκαλία του μαθήματος των μαθηματικών παρουσιάζει στο Λύκειο, προσπαθήσαμε να δοκιμάσουμε ορισμένους άλλους τρόπους άσκησης των μαθητών στη γραπτή μαθηματική έκφραση μέσα από δραστηριότητες οι οποίες θα ήταν "ανεκτές" από το εκπαιδευτικό σύστημα αλλά και "συμβατές" με τους παραδοσιακούς του κανόνες λειτουργίας. Παρακάτω θα περιγράψουμε αυτές τις δραστηριότητες πιο αναλυτικά, όπως τις εφαρμόσαμε στην πράξη για τους σκοπούς αυτής της έρευνας.

i) Περιλήψεις

Στο τέλος κάθε κεφαλαίου ή μιας ενότητας ζητάγαμε απ'όλους τους μαθητές, να φτιάξουν περιλήψεις μιας περίπου σελίδας στις οποίες να καταγράφουν τα πιο σπουδαία σημεία της μαθηματικής ενότητας καθώς και διάφορες παρατηρήσεις για τις διασυνδέσεις τους.

Αυτού του είδους η δραστηριότητα έχει πολλά πλεονεκτήματα. Επιτρέπει στους μαθητές να καθορίσουν σπουδαίες έννοιες, να βρουν τις διασυνδέσεις τους και

τελικά να αποκτήσουν μια συνολική άποψη της μαθηματικής ενότητας ανακαλύπτοντας την πραγματική της αξία και σημασία. Επίσης αποτελεί ένα πολύ χρήσιμο και αποτελεσματικό εργαλείο για επανάληψη και γρήγορη μελέτη πριν από ένα διαγώνισμα.

ii) Γραπτές εργασίες με τίτλο "Πώς θα..."

Οι μαθητές συνήθως αποστηθίζουν μια τεχνική ή ένα αλγόριθμο και χρησιμοποιούν μηχανικά με μεθοδολογία που σχετίζεται με μια συγκεκριμένη κατάσταση. Τις περισσότερες φορές μπορεί να μην κατανοούν ότι ένα πρόβλημα απαιτεί ιδιαίτερη ανάλυση πριν η συνταγή που έχουν μάθει να μπορεί να χρησιμοποιηθεί. Μια δραστηριότητα η οποία βοηθάει τους μαθητές να κατανοούν την σημασία των διαφόρων μαθηματικών τεχνικών και διαδικασιών, γεφυρώνοντας ταυτόχρονα τα κενά στις γνώσεις τους, είναι η συγγραφή ενός μικρού οδηγού ο οποίος εξηγεί πώς θα εφαρμόζονται οι διάφορες διαδικασίες και αλγόριθμοι στην πράξη για την επίλυση διαφόρων προβλημάτων. Για παράδειγμα, μερικά θέματα από τα σχολικά μαθηματικά του Λυκείου κατάλληλα για τέτοιου είδους εργασία είναι:

- 1) Πώς θα λύνω μια δευτεροβάθμια εξίσωση ή ανίσωση.
- 2) Πώς θα βρώ τις ρίζες μιας πολυωνυμικής εξίσωσης.
- 3) Πώς θα λύνω μια άρρητη εξίσωση.
- 4) Πώς θα βρώ το συντελεστή διεύθυνσης μιας ευθείας.
- 5) Πώς θα βρώ το άθροισμα των απείρων όρων μιας γεωμ. προόδου.
- 6) Πώς θα καθορίσω τότε μια συνάρτηση είναι άρτια, περιττή ή περιοδική.
- 7) Πώς θα αποδεικνύω ότι τρεις ευθείες συντρέχουν.
- 8) Πώς θα βρώ τη χρυσή τομή ενός ευθυγράμμου τμήματος.
- 9) Πώς θα βρώ το πεδίο τιμών μιας συνάρτησης.
- 10) Πώς θα βρώ την εξίσωση της εφαπτομένης σ' ένα σημείο μιας καμπύλης.
- 11) Πώς θα βρώ τα τοπικά ακρότατα μιας συνάρτησης.

Καθ'όλη τη διάρκεια του σχολικού έτους κατά το οποίο πραγματοποιήθηκε αυτή η έρευνα και σε συνεργασία πάντα με τους μαθητές, αναθέταμε τέτοιου είδους εργασίες φροντίζοντας ώστε κάθε μαθητής στο τέλος του χρόνου να έχει κάνει δέκα περίπου τέτοιες εργασίες. Για να βοηθήσουμε μάλιστα τους μαθητές στη συγκεκριμένη περίπτωση, δημιουργήσαμε, κατόπιν συζήτησης με τους ίδιους, έναν σκελετό-οδηγό για την ανάπτυξη του κάθε θέματος, ο οποίος περιλάμβανε τα παρακάτω τρία στάδια:

- α) Σύντομη παρουσίαση της διαδικασίας ανάλογα με τον τίτλο του θέματος.

β) Παρουσίαση ενός ειδικού προβλήματος στο οποίο μπορεί να εφαρμοστεί η παραπάνω διαδικασία.

γ) Εφαρμογή της διαδικασίας βήμα προς βήμα στη λύση του παραπάνω προβλήματος.

Για να ελαχιστοποιήσουμε τον κίνδυνο να αντιγράφουν απλώς οι μαθητές από το βιβλίο χωρίς να συμμετέχουν και να κατανοούν, τους ενθαρρύνουμε να γράφουν με δικά τους λόγια, υποδεικνύοντάς τους να φαντάζονται ότι εξηγούν τη διαδικασία σε κάποιο άλλο αδύνατο συμμαθητή τους, ο οποίος λόγω ασθένειας είχε χάσει το μάθημα αυτό στο σχολείο.

Τα πλεονεκτήματα αυτού του είδους της γραπτής εργασίας είναι πολλά. Το πιο ουσιαστικό όμως απ' όλα είναι ότι δίνεται η ευκαιρία στο μαθητή να αναπτύξει με το δικό του τρόπο μια μεθοδολογία και κατόπιν να την εφαρμόσει σ' ένα συγκεκριμένο πρόβλημα, κάνοντάς την κτήμα του. Η γραπτή ανάλυση μιας τεχνικής, μιας μεθοδολογίας, ενός μαθηματικού αλγόριθμου, απαιτεί τη χρήση σωστού συμβολισμού και μαθηματικής έκφρασης, την ικανότητα αγνώρισης προτύπων και τη βαθιά κατανόηση του συγκεκριμένου θέματος. Μια καλή ιδέα, την οποία εφαρμόσαμε και στην παρούσα έρευνα με αρκετή επιτυχία, είναι να ενθαρρύνουμε τους μαθητές να εκλέξουν για ανάπτυξη ένα θέμα το οποίο τους δημιουργεί κάποια σύγχυση. Έτσι τους δίνουμε την ευκαιρία να το ξεκαθαρίσουν και να το κατανοήσουν σε βάθος.

iii) Κριτική στη λύση ενός προβλήματος

Όπως είναι γνωστό, τα σχολικά βιβλία μαθηματικών είναι συνήθως γραμμένα σε συνοπτική φορμαλιστική μορφή, παρουσιάζοντας τις διάφορες μαθηματικές θεωρίες χωρίς καμιά αναφορά στη διαδικασία ανάπτυξής τους. Παρουσιάζουν δηλαδή το "πώς" και όχι το "γιατί" της μαθηματικής σκέψης. Τα σχολικά βιβλία παρουσιάζουν τα μαθηματικά σαν μια απόλυτη, τελειωμένη επιστήμη η οποία κυριαρχείται από το δίπολο σωστό - λάθος. Οι λύσεις των διαφόρων προβλημάτων εμφανίζονται ως "ουρανοκατέβατες", χωρίς καμία αναφορά στην περιπέτεια και το δράμα της ανθρώπινης σκέψης που οδηγεί μέσα από μια πορεία zig-zag στο επιθυμητό αποτέλεσμα (Davis & Hersh 1981 p.282, Pimm 1982, Kleiner 1986).

Είναι φυσικό λοιπόν οι μαθητές να συναντούν δυσκολίες και να απορούν με τις έτοιμες λύσεις, οι οποίες συμβάλλουν στη μυθοποίηση των μαθηματικών και αποκρύπτουν εντελώς τη φυσιολογική πορεία της ανθρώπινης σκέψης και δημιουργίας. Το αποτέλεσμα είναι να μαθαίνουν αυτές τις λύσεις μηχανικά, παπαγαλίζοντάς τις και να μεγαλώνει έτσι ταυτόχρονα η απέχθεια και ο φόβος τους για το μάθημα των μαθηματικών. Το μόνιμο ερώτημα των μαθητών στο μάθημα των μαθηματικών

είναι: "Μα γιατί άρχισες έτσι τη λύση; Πώς το σκέφτηκες; Και στη συνέχεια εξομολογούνται: "Εί! είναι εντελώς απίθανο να σκεφτόμουν εγώ κάτι τέτοιο".

Ένας τρόπος για να βοηθήσει ο δάσκαλος τους μαθητές στο να απομυθοποιήσουν τα μαθηματικά και να μειώσει την ένταση που αυτά τους προκαλούν, είναι να αναλύει τα διάφορα προβλήματα, φροντίζοντας να εξηγεί κάθε φορά όσο απλά και πειστικά γίνεται το σκοπό και την αξία κάθε λογικής κίνησης και ενέργειας που επιλέχτηκε, ίσως μεταξύ άλλων, για να οδηγήσει στη λύση τους. Οι διάφορες θεωρίες επίλυσης προβλήματος (problem-solving) δίνουν μεγάλη έμφαση στη διαδικασία αυτή της λήψης αποφάσεων (decision making) (Schoenfeld 1985 p.152, House 1980, Polya 1973, p.50).

Η γραπτή παρουσίαση του τρόπου με τον οποίο λύθηκε το πρόβλημα και η κριτική ανάλυση των διαφόρων επιλογών και αποφάσεων που οδήγησαν στην αποκάλυψη της δομής του, βοηθούν το μαθητή στην απομυθοποίηση της μαθηματικής δημιουργίας και ανακάλυψης και συμβάλλουν στη βαθύτερη κατανόηση της φύσης και ανάπτυξης των μαθηματικών. Έτσι στα πλαίσια της παρούσης έρευνας, όταν συναντούσαμε δύσκολα προβλήματα ή ακόμη εφαρμογές και προβλήματα μικρότερης δυσκολίας, που όμως η λύση που έδινε το σχολικό βιβλίο ή το βιβλίο λύσεων ήταν "ουρανοκατέβητη" και φαινόταν απίθανη για το φυσιολογικό μαθητή, αναλύαμε στην τάξη τη δομή τους και τον τρόπο σκέψης που οδηγούσε στη λύση τους. Στη συνέχεια αναθέταμε σε κάποιους μαθητές, διαφορετικούς κάθε φορά, να γράφουν μια μικρή εργασία με τίτλο "Πως σκέφτηκα για να λύσω αυτό το πρόβλημα". Στην εργασία αυτή ανέφεραν πρώτα το πρόβλημα και κατόπιν έγραφαν τη λύση του με δικά τους λόγια, έχοντας ως βασικό τους στόχο να εξηγούν πάντα τη σκοπιμότητα κάθε τους κίνησης. Γιατί εργάστηκαν δηλαδή με αυτό τον τρόπο και τι ήταν εκείνο που τους καθοδήγησε κάθε φορά στην επιλογή της μιας ή της άλλης απόφρασης ή μεθοδολογίας. Για παράδειγμα, εάν στη λύση ενός γεωμετρικού προβλήματος αποφάσιζαν να φέρουν μια βοηθητική ευθεία, θα έπρεπε να αιτιολογήσουν στη συνέχεια την απόφασή τους αυτή γράφοντας τι τους οδήγησε στην απόφαση αυτή και τι πλεονεκτήματα τους παρέχει. Για να βοηθήσουμε τους μαθητές να αναλύσουν όσο γίνεται περισσότερο τη σκέψη τους, τους συμβουλέψαμε να φανταστούν πάλι προς στιγμή ότι έχουν μπροστά τους τον πιο αδύνατο συμμαθητή τους και προσπαθούν να τον κάνουν να καταλάβει πώς ένας φυσιολογικός άνθρωπος θα μπορούσε να οδηγηθεί στη λύση του προβλήματος αυτού, χωρίς την επέκκληση του "Αγίου Πνεύματος".

Στην εργασία αυτή επίσης οι μαθητές θα μπορούσαν να γράφουν μια διαφορετική λύση ή να σχολιάζουν και να συγκρίνουν τη λύση που δίνει το σχολικό βιβλίο λύσεων με τη λύση που παρουσίασε ο δάσκαλος στην τάξη ή με τη δική τους, πιθανώς, προσωπική τους λύση. Μέσα από τη διαδικασία αυτή οι μαθητές συνει-

δητοποιούν τις χρήσιμες πλευρές και τα σημαντικότερα στοιχεία της λύσης ενός προβλήματος, έτσι ώστε να γίνουν ικανοί να τα χρησιμοποιούν στη συνέχεια σε κάποιες άλλες περιπτώσεις για την επίλυση άλλων προβλημάτων (Schenfeld 1985 p.111, Polya 1973 p.205).

Αξιολόγηση

Όπως αναφέραμε και παραπάνω, χρησιμοποιήσαμε τα τρία αυτά νέα είδη γραπτής έκφρασης κατά το σχολικό έτος 1989-90 σε τρία τμήματα της Β' Λυκείου του Ε.Π.Α. Πατρών. Συνολικά 87 μαθητές (46 κορίτσια και 41 αγόρια) συμμετείχαν σ' αυτού του είδους τις δραστηριότητες. Οι περισσότεροι από τους μαθητές αυτούς προορίζονταν να παρακολουθήσουν το πρόγραμμα της Α' και Δ' δέσμης, ενώ υπήρχαν και αρκετοί οι οποίοι είχαν δηλώσει ότι δεν θα παρακολουθούσαν το πρόγραμμα των δευμών και θα κατευθύνονταν στη Γ' Λυκείου σε διάφορους κλάδους. Στη Β' Λυκείου, όπως εξάλλου και στην Α' Λυκείου οι μαθητές είναι πιο πρόθυμοι να ασχοληθούν με τα είδη αυτά των γραπτών εργασιών γιατί δεν αισθάνονται ιδιαίτερα το άγχος και τη ψυχολογική πίεση των γενικών εξετάσεων. Η πολύχρονη όμως διδακτική μας εμπειρία δείχνει ότι οι εργασίες με τη μορφή της περίληψης περισσότερο και λιγότερο με τη μορφή του "πώς θα ...", γίνονται αποδεκτές και από τους μαθητές της Γ' Λυκείου γιατί τους βοηθούν να οργανώσουν καλύτερα τις μαθηματικές τους γνώσεις ενόψει των γενικών εξετάσεων.

Στο τέλος του τρίτου τριμήνου δώσαμε στους μαθητές ένα ερωτηματολόγιο το οποίο αποτελείτο από δυο μέρη. Στο πρώτο μέρος ζητάγαμε από τους μαθητές να συγκρίνουν τις εμπειρίες τους στα τρία νέα είδη γραπτής έκφρασης, με τα οποία ασχολήθηκαν όλη τη χρονιά, με τις παραδοσιακές εργασίες των προηγούμενων χρόνων, στις οποίες τις περισσότερες φορές αντέγραφαν απλώς τις λύσεις των ασκήσεων από το βιβλίο λύσεων. Για κάθε ερώτηση του πρώτου μέρους οι μαθητές έπρεπε να συγκρίνουν τα εναλλακτικά είδη γραπτής έκφρασης με τα παραδοσιακά, στη βάση μιας κλίμακας από 1 μέχρι 5 (1 = πολύ χειρότερα σε σύγκριση με τα παραδοσιακά, 2 = χειρότερα σε σύγκριση με τα παραδοσιακά, 3 = δεν ξέρω, 4 = καλύτερα από τα παραδοσιακά, 5 = πολύ καλύτερα από τα παραδοσιακά). Οι ερωτήσεις και οι μέσοι όροι των απαντήσεων για κάθε ερώτηση φαίνονται στον πίνακα 1.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ (ΜΕΡΟΣ Α)

Τη φετεινή χρονιά δοκιμάσατε ορισμένα νέα είδη γραπτών εργασιών στο μάθημα των μαθηματικών. Συγκρίνατέ τα με τα παραδοσιακά είδη γραπτών εργασιών, δίνοντας σε κάθε μια από τις παρακάτω ερωτήσεις ένα βαθμό από 1-5.

	Μέρος (X)
1) Η ικανότητά μου να μελετώ το βιβλίο των μαθ/κών βελτιώθηκε	4,12
2) Η αυτοπεποίθησή μου στα μαθηματικά αυξήθηκε	2,73
3) Η ικανότητά μου να μελετώ με κατανόηση μαθ/κά βελτιώθηκε	3,77
4) Η ικανότητά μου να εκφράζομαι στη μαθ/κή γλώσσα αυξήθηκε	4,18
5) Η ικανότητά να αναλύω ένα πρόβλημα με σκοπό να το καταλάβω βελτιώθηκε	3,67
6) Η ικανότητά μου να ξεχωρίζω το ουσιώδες σε μια μαθ/κή έννοια αυξήθηκε	4,05
7) Το ενδιαφέρον μου γενικά για τα μαθ/κά αυξήθηκε	3,87
8) Η στάση μου απέναντι στα μαθ/κά βελτιώθηκε	3,14

Αν και τα συμπεράσματα βασίζονται στην οπτική μελέτη των δεδομένων και όχι σε στατιστική ανάλυση, εντούτοις όπως φαίνεται από τις υψηλές τιμές του $\bar{x}$ (μέγιστη δυνατή τιμή = 5), η συνέπεια της βαθμολογίας που οι μαθητές έδωσαν σε κάθε ερώτημα δηλώνει τη γενική τους προτίμηση στα νέα είδη γραπτής έκφρασης, όπως τα δοκίμασαν την τελευταία σχολική χρονιά. Μόνο 11 μαθητές έδωσαν σε περισσότερες των 2 ερωτήσεων ένα βαθμό μικρότερο του 3. Σε μεγαλύτερο βαθμό αποδέχθησαν ότι τα νέα είδη γραπτών εργασιών βελτίωσαν την ικανότητά τους να μελετούν με κατανόηση το βιβλίο τους (ερωτήματα 1,6) και αύξησαν την ικανότητα μαθηματικής τους έκφρασης (ερώτημα 2). Η τιμή 2,73 είναι η πιο μικρή τιμή που δόθηκε από τους μαθητές (ερώτημα 2). Η αυτοπεποίθηση των μαθητών είναι συνισταμένη πολλών παραγόντων - κοινωνικών, εκπαιδευτικών, ψυχολογικών - οι οποίοι επιδρούν κάθε φορά με συγκεκριμένο τρόπο και επηρεάζουν τη ψυχοσύνθεσή τους και τη σχέση τους με τα μαθηματικά (Lorenz 1982, Leder 1985).

Στο δεύτερο μέρος του ερωτηματολογίου ζητήθηκε από τους μαθητές να σχολιάσουν επιπλέον κάποια ερωτήματα του πρώτου μέρους, που τους φάνηκαν πιο σπουδαία και επηρέασαν περισσότερο τη συμπεριφορά τους απέναντι στο μάθημα των μαθηματικών. Οι γραπτές απαντήσεις έδειξαν ότι το πιο εντυπωσιακό αποτέλεσμα δεν ήταν τόσο η επιτυχία των εναλλακτικών ειδών γραπτής έκφρασης, όσο αφορά τη θετική τους επίδραση στη μάθηση κάποιων μαθηματικών εννοιών ή του μαθηματικού περιεχομένου γενικότερα, μολονότι και αυτός ο παράγον είναι πολύ κρίσιμος για την επίτευξη του σκοπού της εισαγωγής τους στα Α.Ε.Ι και Τ.Ε.Ι.

Ακόμη πιο σπουδαία αποδείχθηκε η αλλαγή στις αντιλήψεις των μαθητών γύρω από τη μάθηση των μαθηματικών και του τρόπου που μελετώνται με σκοπό την πραγματική κατανόηση. Οι μαθητές αισθάνθηκαν έντονα ότι οι νέες δραστηριότητες γραπτής έκφρασης βοήθησαν αποτελεσματικά στην αλλαγή των απόψεων και παραδοσιακών πρακτικών τους γύρω από τη μελέτη των μαθηματικών. Ένας μαθητής έγραψε για παράδειγμα:

"... Εγώ πάντως δεν ήξερα να διαβάζω το βιβλίο μου. Το διάβαζα όπως το βιβλίο της Ιστορίας. Είχα την εντύπωση ότι αυτό είναι αρκετό για να μάθω τους διάφορους τύπους και τη θεωρία. Όταν όμως πήγαινα να γράψω ένα τεστ στο σχολείο, φαινόταν ότι δεν είχα καταλάβει στην ουσία τίποτα. Έγραφα άλλα αντ' άλλων. Αυτό το διαπίστωσα προσπαθώντας να γράψω τις περιλήψεις ή τις εργασίες με τίτλο "πώς θα ...". Έπρεπε να διαβάσω πολλές φορές τη θεωρία και να επαναλάβω τους τύπους στο πρόχειρο για να μπορέσω να τους γράψω τελικά χωρίς λάθη".

Μια άλλη μαθήτρια έγραψε:

".... Ενώ είχα διαβάσει και μου φαινόταν ότι τα είχα καταλάβει, έβρισκα μεγάλη δυσκολία να γράψω μια περίληψη ή να περιγράψω τι έπρεπε να κάνω για να βρω για παράδειγμα τις ρίζες μιας πολυωνυμικής εξίσωσης. Έκανα πολλά λάθη στην αρχή. Τότε κατάλαβα γιατί πάντα έπαιρνα χαμηλούς βαθμούς στα διαγωνίσματα, ενώ στα προφορικά ήμουν καλύτερη. Δεν διάβαζα σωστά. Τα μαθηματικά θέλουν μολύβι και χαρτί. Άλλο πράγμα να διαβάζεις ένα περιοδικό και άλλο να διαβάζεις μαθηματικά".

Πάρα πολλοί μαθητές έθιξαν την δυσκολία που συνάντησαν στην αρχή μέχρι να συνηθίσουν να περιγράφουν την σκέψη τους γραπτώς. Αισθάνθηκαν ότι η γραπτή έκφραση απαιτεί κριτικό διάβασμα με κατανόηση και όχι επιπόλαιη ανάγνωση.

"Τώρα είμαι σίγουρος ότι όσες φορές και να διαβάσω την απόδειξη ενός θεωρήματος δεν πρόκειται να τη μάθω ουσιαστικά αν δεν πάρω μολύβι και χαρτί και γράψω τους τύπους και τα σύμβολα".

"Ενώ είχα δει τόσες φορές από το βιβλίο ότι η συνθήκη για να αποτελούν οι αριθμοί α, β, γ διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου είναι $2\beta = \alpha + \gamma$, όταν πήγα να το γράψω στην εργασία, έγραφα $\beta/2 = \alpha + \gamma$. Αν το είχα γράψει τη στιγμή που το διάβαζα δεν θα είχα κάνει τέτοιο λάθος.

Αρκετοί μαθητές αναφέρθηκαν στην χρησιμότητα της γραπτής ανάλυσης ενός προβλήματος και στη θετική επίδραση που είχε αυτό το είδος γραπτής εργασίας στη διαδικασία μάθησης. Αισθάνθηκαν ότι με τον τρόπο αυτό απομυθοποιούνται τα μαθηματικά και ξεθωριάζει το πέπλο μυστηρίου που τα περιβάλλει. Αυτό με τη σειρά του συμβάλλει στη μείωση της έντασης, του δέους και της απέχθειας που

δημιουργείται στους μαθητές, λόγω της φορμαλιστικής παρουσίας του μαθηματικού περιεχομένου από τα διδακτικά βιβλία και τα βιβλία λύσεων.

"Πολλές φορές δεν καταλαβαίνω τι λέει η λύση ή πως λύνεται μια εφαρμογή στο βιβλίο. Υπάρχουν πολλά κενά, ενώ τις περισσότερες φορές δεν μπορώ να καταλάβω γιατί σκέφτεται έτσι. Μπορεί να καταλαβαίνω τι κάνει αλλά όχι γιατί το κάνει και πώς σκέφτηκε να το κάνει. Μου φαίνονται απίθανα όλα αυτά τα πράγματα. Πώς θα το σκεφτώ μόνη μου...; Οι εργασίες αυτές με βοήθησαν πολύ γιατί το κάνει και πώς σκέφτηκε μόνη μου;.. Οι εργασίες αυτές με βοήθησαν πολύ γιατί προσπαθούμε να αναλύσουμε τη λύση και να την εκφράσουμε με δικά μας λόγια. Καταλαβαίνω σιγά - σιγά ότι όλα έχουν μια λογική εξήγηση. Δεν χρειάζεται επιφοίτηση του Αγίου Πνεύματος για να λυθεί ένα πρόβλημα".

"Για μένα η λύση είναι σχεδόν άχρηστη. Με εκνευρίζει αφάνταστα και μου δημιουργεί φοβία για τα μαθηματικά. Πολλές φορές έχω πει ότι είμαι βλάκας και ότι τα μαθηματικά δεν είναι για μένα. Βλέπω κάτι λύσεις από το βιβλίο λύσεων που δεν υπάρχει καμία περίπτωση να τις σκεφτώ μόνος μου. Είναι εντελώς απίθανο ... Πιστεύω ότι οι εργασίες αυτές μας βοήθησαν όλους να καταλάβουμε ότι τα πράγματα δεν είναι τόσο τραγικά. Απλώς η λύση τα κάνει δύσκολα. Δεν ξέρει πως να τα γράψει για να τα καταλάβουμε".

Τα γραπτά σχόλια των μαθητών έδειξαν επίσης πολύ καθαρά ότι μέσα από τη διαδικασία των γραπτών εργασιών η γενική στάση τους απέναντι στα μαθηματικά βελτιώθηκε σημαντικά. Σχεδόν όλοι προβληματίστηκαν με τη φύση και τις ιδιομορφίες που παρουσιάζει το μάθημα και με τον τρόπο με τον οποίο πρέπει να προσεγγίζεται, έτσι ώστε να επιτυγχάνεται κατανόηση και ταυτόχρονα να γίνεται πιο ανθρώπινο και πιο προσιτό. Αρκετοί μαθητές αποκάλυψαν ότι οι γραπτές εργασίες τους βοήθησαν να δούν με διαφορετικό μάτι τα μαθηματικά και συνέβαλαν στο να διαλυθούν ως ένα βαθμό κάποιες προκαταλήψεις που αφορούσαν τη φύση και τη λειτουργία του μαθήματος στη Β/θμια εκπαίδευση.

"Τα μαθηματικά είναι για μένα το πιο δύσκολο μάθημα. Παντού σε κάθε βήμα συναντάς μεγάλες παγίδες. Ουδέποτε αισθάνθηκα ασφαλής στο μάθημα αυτό. Πάντα υπάρχει κάθε απρόοπτο που στα χαλάει όλα. Εδώ που τα λέμε δεν αφιέρωνα και πολύ χρόνο για τη μελέτη τους. Πρέπει να ομολογήσω όμως ότι δεν ήξερα και πως να διαβάζω σωστά. Πάντα μου δημιουργούσαν φόβο οι ουρανοκατέβρατες λύσεις και με έκαναν να αισθάνομαι ότι δεν έχω αρκετές ικανότητες για το μάθημα αυτό.... οι φετινές εργασίες ενώ με δυσκόλεψαν στην αρχή, μου φάνηκαν τελικά πολύ χρήσιμες γιατί με βοήθησαν να καταλάβω ότι τα μαθηματικά είναι αθώα. Άλλοι είναι οι ένοχοι, αρχίζοντας από μένα και προχωρώντας στους καθηγητές τα βιβλία και το εκπαιδευτικό σύστημα".

"..... Τελικά δεν είναι και τόσο φοβερά όσο νομίζαμε [τα μαθηματικά]. Όταν προσπαθείς να γράψεις κάτι αναγκάζεσαι να διαβάσεις καλύτερα, να συγκεντρώσεις διάφορους τύπους, να αναλύσεις πώς σκέφτηκες και να δώσεις μεγαλύτερη προσοχή στη θεωρία. Τώρα κατάλαβα ότι τα μαθηματικά θέλουν μια άλλη πιο σοβαρή αντιμετώπιση. Πρέπει να αφιερώσεις χρόνο για να αποδώσεις".

"Στις προηγούμενες τάξεις αντέγραφα ουσιαστικά τις ασκήσεις από τη λύση στο τετράδιο και αυτό ήταν όλο. Τώρα όμως που έπρεπε να γράψω μια περιλήψη ή να περιγράψω με δικά μου λόγια πως εργαζόμαστε για να βρούμε π.χ τις ρίζες μιας εξίσωσης με ριζικά, ήμουν αναγκασμένος να διαβάσω με προσοχή και να καταλάβω πρώτα εγώ τι κάνουμε. Αυτές οι εργασίες με βοήθησαν να καταλάβω ότι τα μαθηματικά θέλουν να είσαι προσεκτικός και να μη τα διαβάζεις επιπόλαια".

Τελικές παρατηρήσεις

Τα τρία νέα είδη γραπτών εργασιών, τα οποία παρουσιάσαμε σ' αυτή τη μελέτη, θέλουσε να πιστεύουμε ότι είναι δυνατόν να αποτελέσουν μια βιώσιμη εναλλακτική πρόταση στους ήδη παραδοσιακούς τρόπους γραπτής έκφρασης που χρησιμοποιούνται στη διδασκαλία των μαθηματικών στο Λύκειο. Συνδιάζουν πολλά πλεονεκτήματα για τους μαθητές, προσφέροντάς τους μεγάλες δυνατότητες για πραγματική μάθηση, χωρίς επί πλέον να έρχονται σε αντίθεση με τις δυνατότητες της συγκεκριμένης Ελληνικής σχολικής πραγματικότητας και τους περιορισμούς που το εκπαιδευτικό σύστημα επιβάλλει από την ίδια του τη φύση. Από πολλές απόψεις οι γραπτές αυτές εμπειρίες συμβάλλουν στη βελτίωση της διδασκαλίας των μαθηματικών στη Β/θμια εκπαίδευση. Βοηθούν τους μαθητές να αποκτήσουν σωστή μαθηματική έκφραση, βελτιώνουν την ικανότητά τους να διαβάζουν με κατανόηση ένα μαθηματικό κέντρο, αυξάνουν την κριτική τους στάση απέναντι στα μαθηματικά, τους βοηθούν να οργανώσουν και να ταξινομήσουν τις γνώσεις τους, αυξάνουν τη συμμετοχή τους στο μάθημα και βελτιώνουν τη στάση τους απέναντι σ' αυτό με την απομυθοποίηση της φορμαλιστικής του πλευράς.

Ενα όμως επιπλέον σπουδαίο πλεονέκτημα αυτού του τύπου των γραπτών εργασιών, το οποίο δεν θίξαμε παραπάνω, είναι η πολύτιμη εμπειρία που κερδίζεται μέσα από την επικοινωνία μεταξύ δασκάλου και μαθητή. Το να αναθέσει ο δάσκαλος γραπτές εργασίες στους μαθητές δεν σημαίνει ότι αυτόματα θα έχουμε αποτελεσματική διδασκαλία και μάθηση. Ο δάσκαλος θα πρέπει να αφιερώσει χρόνο για να ελέγξει, να σχολιάσει και να δώσει κάποια απάντηση στις γραπτές εργασίες των μαθητών. Είναι χρήσιμο, κατά την άποψή μας, να προσεγγίζονται

αυτές οι εργασίες ως ένα μέρος μιας διαδικασίας η οποία οδηγεί σε μελλοντική βελτίωση και τελειότητα, παρά ως ένα τελικό προϊόν το οποίο γίνεται τελικά αυτοσκοπός. Η προσέγγιση αυτή μεταθέτει το βάρος από το τι είναι λάθος, στο πώς αυτό θα μπορούσε να γίνει τελικά πιο ακριβές και πιο σωστό. Η προσέγγιση αυτή μπορεί να πραγματοποιηθεί με πολλούς τρόπους, την καταλληλότητα των οποίων θα κρίνει κάθε φορά ο δάσκαλος σε συνεργασία με την τάξη. Για τους σκοπούς της έρευνας αυτής εμείς εφαρμόσαμε τις παρακάτω δυο μεθόδους:

α) Συζήτηση: Αφού διαβάσαμε κάθε φορά τις εργασίες, γράφαμε σύντομες παρατηρήσεις και σχόλια στο περιθώριο και συζητάγαμε στη συνέχεια με τους μαθητές τρόπους βελτίωσης, είτε σε κάποια ελεύθερη ώρα είτε και μέσα στην τάξη, δείχνοντας κατανόηση στην οποιαδήποτε προσπάθεια των μαθητών. Εάν αποδεχτούμε την άποψη ότι τα μαθηματικά είναι ένα είδος επικοινωνίας (NCTM 1989 p.78), τότε θα πρέπει να ψάξουμε ως δάσκαλοι να βρούμε κάτι το αξιόλογο και ενδιαφέρον στην οποιαδήποτε προσπάθεια των μαθητών μας να εκφραστούν μέσα από τις γραπτές αυτές δραστηριότητες.

β) Ανταλλαγή εργασιών και αξιολόγηση από τους μαθητές: Οι μαθητές αντάλλασαν τις εργασίες μεταξύ τους και έκαναν σχόλια και παρατηρήσεις στις εργασίες άλλων συμμαθητών τους. Η εμπειρία μας δείχνει ότι οι μαθητές όταν πρόκειται να κρίνουν συμμαθητές τους γίνονται πολύ αυστηροί και απολαμβάνουν την όλη διαδικασία. Κυνηγώντας τις ατέλειες και αδυναμίες των συμμαθητών τους, αναγκάζονται να μελετήσουν πολύ καλά το θέμα με το οποίο ασχολείται η εργασία για να μπορέσουν να το ελέγξουν καλύτερα. Έτσι επιτυγχάνεται διπλό όφελος.

Συχνά ο σχολιασμός των γραπτών εργασιών δημιουργεί πολλές ενδιαφέρουσες και γόνιμες συζητήσεις μέσα και έξω από την τάξη. Αρκετές φορές οι μαθητές με πλησίαζαν στο διάλειμμα για να συζητήσουν μαζί μου διαφορετικές απόψεις που είχαν σχετικά με το σχολιασμό των εργασιών τους είτε από μένα, είτε από τους συμμαθητές τους. Το μεγαλύτερό μας πρόβλημα ήταν ότι δεν μας έφθανε ο χρόνος να συζητήσουμε και να ανταλλάξουμε απόψεις. Δυστυχώς το εκπαιδευτικό μας σύστημα δεν προβλέπει ελεύθερο χρόνο στο σχολείο για συζήτηση μεταξύ δασκάλου και μαθητή σε ζητήματα που προκύπτουν κατά τη διδασκαλία. Έτσι είμαστε αναγκασμένοι να συζητάμε υπό την πίεση του χρόνου στα διαλείμματα, σε βάρος βέβαια της αναγκαίας ξεκούρασης που απαιτείται μετά το μόχθο της διδακτικής πράξης.

Πρέπει να αναφέρουμε επίσης ότι στην αρχή της χρονιάς οι εργασίες αυτές έχουν πολλές ατέλειες και παρουσιάζουν πολλά κενά και ως προς τη γενική ικανότητα έκφρασης και ως προς τη δύναμη των συλλογισμών. Με τον καιρό όμως, εφόσον τα σχόλια του δασκάλου είναι ουσιαστικά, οι εργασίες βελτιώνονται και παρουσιάζουν μια εντυπωσιακή διαφορά ως προς τη γενική τους συγκρότηση. Δεν

είναι ανάγκη να βάζουμε τους μαθητές να ξαναγράφουν τις εργασίες τους από την αρχή, γιατί το βρίσκουν κουραστικό και χρονοβόρο, αν σκεφτεί κανείς ότι είναι ήδη παραφορτωμένοι με τις σχολικές και εξωσχολικές τους δραστηριότητες. Απλώς τους ενθαρρύνουμε να λάβουν υπόψη τις υποδείξεις που τους έγιναν και να βελτιωθούν στην επόμενη γραπτή εργασία. Η τακτική αυτή στην περίπτωση μας απέδωσε, όπως απέδειξαν οι τελευταίες εργασίες των μαθητών στο τέλος της χρονιάς. Προτιμήσαμε επίσης να μη βαθμολογούμε τις εργασίες αλλά ούτε να διορθώνουμε τα γραμματικά τους λάθη. Ο αντικειμενικός μας στόχος ήταν να ενθαρρύνουμε τους μαθητές να εκφράζονται γραπτά και να αποκαλύπτουν πώς σκέφτονται με δικά τους λόγια. Η συνεχής διόρθωση των γραμματικών λαθών τείνει να αναγκάσει τους μαθητές στο να χρησιμοποιούν όλο και πιο περιορισμένο λεξιλόγιο και να ρισκάρουν όλο και λιγότερο στο να εκφράζονται ελεύθερα. Και πάνω απ' όλα, αυτό που μας ενδιέφερε περισσότερο στην παρούσα έρευνα ήταν να δοθεί η δυνατότητα στους μαθητές να εκφραστούν ελεύθερα, συμμετέχοντας σε γραπτές δραστηριότητες οι οποίες θα συνέβαλαν στην ανάπτυξη της κριτικής τους σκέψης και στη βελτίωση της στάσης τους απέναντι στα μαθηματικά.

Οι εμπειρίες οι οποίες παρουσιάστηκαν στο άρθρο αυτό δείχνουν τη δυνατότητα που έχουν τα εναλλακτικά είδη γραπτής έκφρασης, που χρησιμοποιήθηκαν στην έρευνα αυτή, να συνεισφέρουν αποτελεσματικά ως ένα συμπληρωματικό μέσο στη διαδικασία μάθησης των μαθητών, εμπλουτίζοντας τη διδακτική πράξη. Παρ'όλα αυτά, η έρευνα χρειάζεται για να καθοριστεί με μεγαλύτερη ακρίβεια γιατί και κατά ποια έννοια ως γραπτές εργασίες στο μάθημα των μαθηματικών μπορούν να θεωρηθούν ως ένα εργαλείο μάθησης και πώς μπορούν να αξιοποιηθούν κατά τον καλύτερο τρόπο από το δάσκαλο των μαθηματικών. Η εξερεύνηση των πολλαπλών τρόπων με τους οποίους τα μαθηματικά και οι γραπτές εργασίες των μαθητών μπορούν να αλληλεπιδράσουν, θα πρόσφερε πολύτιμες πληροφορίες γύρω από τη μάθηση των μαθηματικών ως μια ανθρώπινη δραστηριότητα.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

1. Για μια περιγραφή της εικόνας που παρουσιάζει η μαθηματική μας εκπαίδευση σήμερα και μια ανάλυση των διαφορών ερευνών που έχουν γίνει τα τελευταία χρόνια με σκοπό τον εντοπισμό των ελλείψεων και τη διερεύνηση της συγκεκριμένης πραγματικότητας, βλέπε το άρθρο των Θ. Ιγνατιάδη και Ν. Μαυρογιάννη (1989).

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Γαβρόγλου,Κ (1991):"Μήπως πρέπει να καταργηθούν οι εισαγωγικές εξετάσεις;" Σύγχρονη Εκπαίδευση 58, σελ. 60-61
- Ιγνατιάδης, Θ και Μαυρογιάννης, Ν (1989):"Διδασκαλία με διδακτικούς στόχους (πειραματική έρευνα)", Ευκλείδης Γ' 22, σελ. 31-101
- Τρομπούκης, Α(1986):"Οι εισιτήριες εξετάσεις στα ανώτατα εκπαιδευτικά ιδρύματα και στα Τ.Ε.Ι. και η δομή του εκπαιδευτικού μας συστήματος.", Σύγχρονη Εκπαίδευση, 28, σελ. 89- 96
- Borasi, R & Rose,B. (1989): "Journal Writing and Mathematics Instruction", Educational Studies in Mathematics, 20, pp. 347-365.
- Christiansen, B- Howson, A.G-Otte, M (Eds).(1986): "Perspectives on Mathematics Education.", D. Reidel Publ. Company.
- Davis, P & Hersh, R. (1981): "The Mathematical Experience", Birkhauser, Boston.
- Goeslin, W.E. (1977): "Using Writing about Mathematics as a Teaching Technique", Mathematics Teacher, 70, pp. 112-115.
- House, P. (1980): "Risking the Journey into problem solving", In "Problem Solving in School Mathematics", N.C.T.M. Yearbook, pp. 157-168.
- Keith,s (1988): "Explorative Writing and Learning Mathematics", Mathematics Teacher, 70,pp. 112-115.
- King, B. (1982): "Using Writing in the Mathematics Class: Theory and Practice", In C.W. Griffin (ed) "Teaching writing in all disciplines", Jossey - Bass.
- Kleiner, I. (1986): "Famous Problems in Mathematics: an Outline of a Course", For the Learning of Mathematics, 6(1), pp. 31-38.
- Lorenz, J.H. (1982): "Research since 1976 on Affective Student Characteristics", For the Learning of Mathematics, 3(1), pp. 24-29.
- Myers, J. (1984): "Writing to Learn across the Curriculum", Bloomington, Ind: Phi Delta Kappa Educational Foundation.

- Nahrgang, C. & Petersen, B. (1986): "Using Writing to Learn Mathematics", *Mathematics Teacher*, 79, pp. 461-465.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989): "Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics", Reston Va: The Council.
- Pimm, D. (1982): "Why the History and Philosophy of Mathematics should not be Rated X", *For the Learning of Mathematics*, 3(1), pp. 12-15.
- Polya, G. (1973): "How to Solve it", Princeton University Press.
- Schoenfeld, A. (1985): "Mathematical Problem Solving", Academic Press.
- Watson, M. (1980): "Sharing Teaching Ideas: Writing Has a Place in a Mathematics Class", *Mathematics Teacher*, 73, pp. 518-519.
- Zinsser, W. (1988): "Writing to Learn", New York: Harper & Row.

SUMMARY

In this article we discuss the educational value of engaging mathematics students in some specific forms of writing to learn. Three types of writing assignments have been tried with eleventh year secondary students in the comprehensive school of Patras, during the school year 1989-90. The experiences we have had with students using those specific forms of writing are presented and the overall effectiveness of this teaching strategy is discussed. The results showed that the participants considered the new writing assignments as a viable alternative to the previous traditional format and felt that they gave rise to an increase in their interest in mathematics, as well as stimulated their more active participation and their reflection on meaningful learning. Finally, the present study revealed the positive role of that specific writing forms in the process of mathematics learning, suggesting that involving students in these activities could contribute in a complementary way to their learning of mathematics.