

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΓΙΑΝΝΑΚΙΔΗΣ

**ΤΑ ΣΥΧΝΟΤΕΡΑ ΛΑΘΗ
ΣΤΙΣ ΤΕΣΣΕΡΙΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΤΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ
ΑΠΟ ΜΑΘΗΤΕΣ ΤΟΥ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ**

Η εμπειρική παρατήρηση, ότι ένα μεγάλο ποσοστό μαθητών του Γυμνασίου και Λυκείου δυσκολεύεται στην εκτέλεση πράξεων πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού και διαίρεσης, ιδιαίτερα μάλιστα όταν οι αριθμοί είναι δεκαδικοί, με οδήγησαν στη μικρή αυτή έρευνα.

Στο Δημοτικό σχολείο ο κυριότερος σκοπός της διδασκαλίας των Μαθηματικών είναι η κατανόηση των βασικών μαθηματικών εννοιών και η άθληση του νου ώστε οι μαθητές να καταστούν ικανοί να χρησιμοποιούν με βεβαιότητα και ευχέρεια προφορικά και γραπτά τις τέσσερις πράξεις της Αριθμητικής, επειδή η ευχέρεια αυτή παίζει σημαντικότερο ρόλο στην ομαλή εξέλιξη του μαθητή στο Γυμνάσιο και το Λύκειο.

Θεωρούμε ότι η ευρύτετη χρησιμοποίηση σήμερα και στο μέλλον υπολογιστικών μηχανών, μηχανών τσέπης (κομπιουτεράκια) και προσωπικών ηλεκτρονικών υπολογιστών, απαιτεί γνώση και ευχέρεια εκτέλεσης των τεσσάρων πράξεων, ώστε ο χρήστης ενός τέτοιου μηχανήματος να είναι σε θέση να ελέγξει οποιαδήποτε στιγμή την ορθότητα της εισαγωγής των αριθμητικών δεδομένων και ακόμη να μπορεί να συντομεύσει ο ίδιος την εισαγωγή των δεδομένων αυτών.

Η έλλειψη δυνατότητας προσέγγισης σε ηλεκτρονικούς υπολογιστές από τους μαθητές του Δημοτικού σχολείου και, το πιο σπουδαίο, η έλλειψη ελληνικών προγραμμάτων για τη διδασκαλία και την άσκηση των μαθητών για την Αριθμητική, όπως και για τα άλλα μαθήματα, δεν μας επιτρέπει να δοκιμάσουμε τι επίδραση έχει και τι πιθανή βοήθεια προσφέρει στους μαθητές η χρήση των μηχανών αυτών.

Η έρευνα αυτή έγινε στην πηγή της γνώσης των τεσσάρων πράξεων, στο Δημοτικό σχολείο.

Στοιχεία της έρευνας

Για την έρευνα επιλέχθηκαν ένα τμήμα της Δ' τάξης, όπου ολοκληρώνονται οι τέσσερις πράξεις της Αριθμητικής και ένα τμήμα της Ε' τάξης, όπου

μπορεί κανείς να διαπιστώσει κατά πόσο έγιναν κατανοητές οι τέσσερις πράξεις.

Το σχολείο από το οποίο επιλέξαμε τα δύο αυτά τμήματα είναι ένα από τα 12/θέσια σχολεία της Φλώρινας. Η επιλογή έγινε, ώστε να είναι εξασφαλισμένες, όσο είναι δυνατόν, καλές συνθήκες λειτουργίας του σχολείου (προσωπικό, τήρηση του αναλυτικού προγράμματος, ωρολόγιο πρόγραμμα κ.λ.π.) και ακόμη να μπορούμε να θεωρήσουμε αρκετά υψηλό το επίπεδο των μαθητών.

Αυτός είναι και ο λόγος για τον οποίο δεν επεκτείναμε την έρευνα και σε άλλο σχολείο για σύγκριση των αποτελεσμάτων, αλλά αρκεστήκαμε στους μαθητές του συγκεκριμένου σχολείου και στην πολυετή εμπειρία μας από τους μαθητές του Γυμνασίου.

Στους μαθητές της Δ' τάξης δόθηκαν (16) ασκήσεις, από τις οποίες 4 πρόσθεσης, 4 αφαιρέσης, 4 πολλαπλασιασμού και 4 διαίρεσης ακεραίων αριθμών.

Στους μαθητές της Ε' δόθηκαν (12) ασκήσεις, από τις οποίες 4 πρόσθεσης, 4 αφαιρέσης και 4 πολλαπλασιασμού δεκαδικών αριθμών. Δεν δόθηκαν ασκήσεις διαίρεσης δεκαδικών αριθμών, επειδή η σχετική ενότητα διδάσκεται προς το τέλος της σχολικής χρονιάς. Ακόμη δεν κρίθηκε σκόπιμο να δοθούν πράξεις με ακέραιους στην Ε' τάξη, για να μη διασπαστεί η προσοχή των μαθητών από τις πράξεις των δεκαδικών και να συντομευθεί ο χρόνος του τεστ.

Από τους μαθητές της Δ' τάξης ζητήθηκε να απαντήσουν στις 16 ασκήσεις στη διάρκεια δύο διδακτικών ωρών. Το ίδιο έγινε και με τους μαθητές της Ε' τάξης.

Στη Δ' τάξη οι αριθμοί ήταν τοποθετημένοι ο ένας κάτω από τον άλλο και οι μαθητές έπρεπε να κάνουν μόνο την πράξη, ενώ στους μαθητές της Ε' τάξης οι αριθμοί δόθηκαν στη σειρά οπότε έπρεπε πρώτα να τοποθετηθούν ο ένας κάτω από τον άλλο και στη συνέχεια να γίνουν οι πράξεις.

Για τη Δ' τάξη τα αποτελέσματα ήταν τα εξής:

Από τους 21 μαθητές στις ασκήσεις της πρόσθεσης απάντησαν σωστά οι 16. Οι υπόλοιποι 5 είχαν λάθη τα οποία εντοπίζονται στις προσθέσεις εκείνες που το άθροισμα των ψηφίων των μονάδων διαφόρων τάξεων ήταν μεγαλύτερο του 10. Δύο από τους πέντε μαθητές έκαναν λάθος στα κρατούμενα και τρεις μαθητές έκαναν λάθος πρόσθεση. Δύο μαθητές από τους τρεις που έκαναν λάθος πρόσθεση ήταν στις περιπτώσεις που ο ένας προσθετέος ήταν το 0 π.χ. $(0+7=0)$.

Από τους 21 μαθητές στις ασκήσεις της αφαίρεσης, οι 12 μαθητές απάντησαν σωστά σε όλες. Οι 6 μαθητές απάντησαν σωστά στις 3, δύο μαθητές απάντησαν σωστά στις 2 ασκήσεις και ένας μαθητής απάντησε σωστά σε μια μόνο άσκηση.

Τα περισσότερα λάθη στην αφαίρεση, συνολικά 6, έγιναν στις ασκήσεις που το ψηφίο του μειωτέου ήταν μικρότερο από το αντίστοιχο ψηφίο του αφαιρετέου. Επίσης ένα λάθος που παρατηρήθηκε, συνολικά 3 φορές, είναι όταν υπάρχει το 0 είτε σαν ψηφίο μονάδων, είτε σαν ψηφίο δεκάδων. Αυτό δείχνει ότι οι μαθητές δεν έχουν κατανοήσει τις ιδιότητες του 0.

Στις ασκήσεις του πολλαπλασιασμού η κατάσταση δεν παρουσιάστηκε καθόλου καλή αφού από τους 21 μαθητές μόνο 5 απάντησαν σωστά σε όλες τις ασκήσεις. Οι 7 μαθητές απάντησαν σωστά σε 3 ασκήσεις, άλλοι 4 μαθητές απάντησαν σωστά σε 2 ασκήσεις. Τρεις μαθητές απάντησαν σωστά σε 1 άσκηση και τέλος δύο μαθητές δεν έδωσαν καμία σωστή απάντηση.

Τα σοβαρότερα και συχνότερα λάθη του πολλαπλασιασμού ήταν στην προπαίδεια, συνολικά 8. Επίσης όπως και στην αφαίρεση, έτσι και εδώ, όπου υπήρχε το 0 υπήρχαν λάθη, συνολικά 5, στον πολλαπλασιασμό με το 0. Ενδεικτικό και εδώ ότι οι μαθητές δεν έχουν κατανοήσει τις ιδιότητες του 0. Τρεις μαθητές είχαν λάθη στο μηχανισμό της πράξης του πολλαπλασιασμού, ένας μαθητής έκανε λάθος στην τοποθέτηση των μονάδων των διαφόρων τάξεων στα επί μέρους γινόμενα. Πράγμα που σημαίνει ότι δεν εμπέδωσαν την πράξη αυτή.

Η ίδια σχεδόν κατάσταση παρατηρήθηκε και στη διαίρεση. Τρεις μόνο μαθητές έκαναν σωστά όλες τις διαιρέσεις. Έξι μαθητές έκαναν σωστά 3 διαιρέσεις. Έξι μαθητές έκαναν σωστά 2 διαιρέσεις. Τέσσερις μαθητές έκαναν σωστά μόνο μία διαίρεση ενώ δύο μαθητές δεν έκαναν σωστά καμία διαίρεση.

Ειδικά στη διαίρεση 1515:15 μόνο τρεις μαθητές έδωσαν σωστή απάντηση. Οι περισσότεροι, συνολικά 12, βρήκαν πηλίκο 11 αντί για το σωστό 101, πράγμα που σημαίνει ότι δεν έχει αφομοιωθεί πως παίρνουμε ένα ένα τα ψηφία.

Σε ορισμένα γραπτά παρατηρήθηκε, ότι ενώ το υπόλοιπο ήταν μεγαλύτερο από τον διαιρέτη, δεν προβληματίσε τους μαθητές, πράγμα που δείχνει, ότι δεν κατανοήθηκε η σχέση ανάμεσα στο διαιρέτη και στο υπόλοιπο μιας διαίρεσης.

Για την Ε' τάξη τα αποτελέσματα ήταν τα εξής:

Από τους 21 μαθητές στην πρόσθεση των δεκαδικών, οι 16 μαθητές

απάντησαν σωστά και στις τέσσερις ασκήσεις. 4 μαθητές απάντησαν σωστά στις τρεις ασκήσεις και ένας μαθητής απάντησε σωστά στις δύο ασκήσεις.

Το σοβαρότερο και συχνότερο λάθος, συνολικά 3, που παρατηρήθηκε ήταν η μη σωστή τοποθέτηση των δεκαδικών αριθμών. Για παράδειγμα στην πρόσθεση ενός δεκαδικού με ακέραιο μέρος και ενός ακεραίου αριθμού, ο ακεραίος τοποθετήθηκε κάτω από το δεκαδικό μέρος του πρώτου.

Στην αφαίρεση από τους 21 μαθητές οι 14 απάντησαν σωστά και στις τρεις και ένας μαθητής απάντησε σωστά σε δύο ασκήσεις.

Τα συχνότερα λάθη στην αφαίρεση είναι: α) Δεν τοποθετούν οι μαθητές στη σωστή τους θέση τον μειωτέο και αφαιρετέο, συνολικά 4. β) Κάνουν λάθος στις πράξεις όταν υπάρχει ως ψηφίο το μηδέν, συνολικά 6 και γ) Δεν μπορούν να αφαιρέσουν ένα ψηφίο του αφαιρετέου όταν το αντίστοιχο ψηφίο του μειωτέου είναι μικρότερο, συνολικά 4. Το λάθος αυτό εντοπίστηκε και στην αφαίρεση των ακεραίων.

Στον πολλαπλασιασμό από τους 21 μαθητές απάντησαν σωστά στις τέσσερις ασκήσεις οι 15. Δύο μαθητές απάντησαν σωστά στις δύο ασκήσεις και άλλοι δύο μαθητές απάντησαν σωστά στη μία μόνο άσκηση.

Εδώ τα λάθη που παρατηρήθηκαν ήταν παρόμοια με τα λάθη του πολλαπλασιασμού των ακεραίων. Επιπλέον παρατηρήθηκε ότι ορισμένοι μαθητές δε γνωρίζουν να τοποθετούν σωστά την υποδιαστολή στο τελικό γινόμενο. Το ότι ορισμένοι μαθητές δε γνωρίζουν την τεχνική του πολλαπλασιασμού, όπως ακριβώς και στον πολλαπλασιασμό των ακεραίων, μας οδηγεί στη σκέψη πως οι μαθητές αυτοί δεν κατανόησαν σωστά την τεχνική του πολλαπλασιασμού από την Γ' ακόμη και δεν έγινε καμιά προσπάθεια βελτίωσης.

Επίσης στον πολλαπλασιασμό δεκαδικών αριθμών με το 10, 100, 1000 έγιναν 4 λάθη. Και κάτι αξιοπρόσεκτο στους πολλαπλασιασμούς αυτούς: οι μαθητές δεν μετακινούν απευθείας την υποδιαστολή προς τα δεξιά τόσες θέσεις όσα είναι τα μηδενικά, αλλά κάνουν κανονικά την πράξη όπως και στους άλλους δεκαδικούς αριθμούς – με αποτέλεσμα 2 μαθητές να κάνουν λάθος στον πολλαπλασιασμό με το 0.

Παρατηρήθηκε ακόμη ότι 5 μαθητές φρόντισαν οι δύο αριθμοί να έχουν ίσο αριθμό δεκαδικών ψηφίων βάζοντας μηδενικά στο τέλος. Αυτό σημαίνει ότι δεν κατανοήθηκε από τους μαθητές πως η ενέργεια αυτή δεν έχει καμιά ουσιαστική σημασία και σίγουρα δυσκολεύει την πράξη του πολλαπλασιασμού.

Συνοπτικά τα αποτελέσματα του τεστ φαίνονται στον πίνακα 1.

Συμπεράσματα

Με την έρευνα αυτή δε μπορούν φυσικά να βγουν γενικότερα συμπεράσματα, επειδή το δείγμα ήταν πολύ μικρό. Όμως μπορεί να γίνει η αφορμή για ορισμένες βασικές παρατηρήσεις και να γίνουν ορισμένες συγκεκριμένες προτάσεις πάντα με σκοπό να επιστήσουμε την προσοχή των διδασκόντων για τη βαθύτερη κατανόηση των μαθηματικών εννοιών από τους μαθητές του δημοτικού σχολείου.

Με βάση τα λάθη που παρατηρήθηκαν σ' αυτή τη μικρή έρευνα, νομίζουμε ότι όλο το βάρος πέφτει στο δάσκαλο της τάξης.

Αυτός αφού εντοπίσει τα λάθη των μαθητών γενικά πρώτα στην τάξη, αλλά και ξεχωρά στον κάθε μαθητή, εκτός από τις ασκήσεις του σχολικού βιβλίου να δίνει στους μαθητές ειδικά επιλεγμένες ασκήσεις που θα έχουν σκοπό να προβληματίσουν τους μαθητές. Π.χ. στην πρόσθεση και αφαίρεση των ακέραιων και των δεκαδικών αριθμών παρατηρήθηκε ότι τα λάθη γίνονται όταν έχουμε κρατούμενα, άρα πρέπει να δοθούν τέτοια παραδείγματα ώστε οι μαθητές να ξεπεράσουν την αδυναμία αυτή. Επίσης παρατηρήθηκε ότι οι μαθητές δε γνωρίζουν τις ιδιότητες του 0· οπωσδήποτε πρέπει να δοθούν πολλές ασκήσεις που να περιέχουν το 0, αφού πρώτα τονισθούν στην τάξη οι ιδιότητες του μηδενός ($\alpha + 0 = \alpha$, $\alpha - 0 = \alpha$, $\alpha \cdot 0 = 0$, $0 \cdot \alpha = 0$).

Συμπερασματικά τονίζουμε ότι βασική προϋπόθεση εκμάθησης των εννοιών των Μαθηματικών είναι "η κατανόηση" που αποτελεί το θεμέλιο της δόμησης και ανάπτυξης της μαθηματικής σκέψης, ώστε το παιδί "κατανοώντας να μαθαίνει και μαθαίνοντας να κατανοεί". (DOTTERNS R.)

Από τα αποτελέσματα της μικρής αυτής έρευνας διαπιστώνεται ότι η προϋπόθεση αυτή στο σημερινό δημοτικό σχολείο, δεν απασχολεί όσο θα έπρεπε τους υπεύθυνους φορείς.

Σήμερα τα Μαθηματικά παίζουν σημαντικό ρόλο σχεδόν σε όλες τις δραστηριότητες του ανθρώπου, ο καθένας μπορεί να αναλογισθεί πόσο σημαντική είναι η προσπάθεια δημιουργίας σωστού μαθηματικού υπόβαθρου από τα σχολεία μας.

Η τεχνολογική πρόοδος των τελευταίων δεκαετιών είναι δεδομένο ότι στηρίζεται κατά κύριο λόγο στα Μαθηματικά. Για το λόγο αυτό πιστεύουμε ότι είναι αναγκαία η προσπάθεια απ' όλους για το ανέβασμα της μαθηματικής σκέψης των παιδιών μας.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Οι ασκήσεις που δόθηκαν στην Δ' τάξη:

1. Να γίνουν οι προσθέσεις: $353+107$, $102+28$, $140+117$, $184+20$
2. Να γίνουν οι αφαιρέσεις: $106-77$, $405-228$, $188-213$, $203-198$
3. Να γίνουν οι πολλαπλασιασμοί: $112 \cdot 14$, $305 \cdot 8$, $128 \cdot 15$, $324 \cdot 105$
4. Να γίνουν οι διαιρέσεις: $148:12$, $1515:15$, $846:9$ και $3087:45$

Οι ασκήσεις που δόθηκαν στην Ε' τάξη:

1. Να γίνουν οι παρακάτω προσθέσεις:
α) $0,183+5,9$ β) $142,15+0,85$ γ) $385,102+143$ δ) $2,104+18,48$
2. Να γίνουν οι παρακάτω αφαιρέσεις:
α) $8,425-3,887$ β) $3-0,25$ γ) $40-2,93$ δ) $112,12-10,2$
3. Να γίνουν οι παρακάτω πολλαπλασιασμοί:
α) $1,148 \cdot 4$ β) $15,16 \cdot 2,5$ γ) $18,04 \cdot 10$ δ) $27,28 \cdot 12,5$
4. Να γίνουν οι παρακάτω διαιρέσεις:
α) $28,15:1,2$ β) $27,48:32$ γ) $85,04:15,12$ δ) $840:2,5$

Βιβλιογραφία

1. Κασσωτάκη Μ.: Η αξιολόγηση των επιδόσεων των μαθητών. Αθήνα 1981.
2. Μαραγκουδάκη Γ.: Σύγχρονη διδακτική - Θεωρία και πράξη. Αθήνα 1981.
3. Δερβίση Στέργιου: Μεθοδολογία της διδακτικής και Ειδική Μεθοδολογία της διδασκαλίας-μάθησης. Θεσ/νίκη 1987.
4. Ξωχέλλη Π.: Παιδαγωγική του σχολείου. Θεσ/νίκη 1979.
5. BOLSTER C.L.: Mathematics around us, Teacher's Edition 6, Texas, χ.ε.
6. BRUNER J.: Η διαδικασία της Παιδείας, Καραβίας, Αθήνα χ.ε.
7. NICKEL H.: Entwicklungspsychologie I, II. München 1976.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΛΑΘΩΝ (1)

Πρόσθεση	Δ'	Ε'
1. Κρατούμενα	2	
2. Λάθη με το 0	2	
3. Άλλα λάθη	1	3
Αφαίρεση		
1. Κρατούμενο	3	4
2. Λάθη με το 0	3	6
3. Άλλα λάθη	-	4
Πολλαπλασιασμός		
1. Προπαίδεια	8	-
2. Λάθη με το 0	5	2
3. Λάθη στο μηχανισμό	3	-
4. Λάθη επί 10, 100, 1000	1	4
5. Άλλα λάθη	-	5
Διαίρεση		
1. Λάθη στο μηχανισμό	3	
2. Λάθη διαίρεσης	5	
3. Λάθη υπολοίπου	12	
4. Άλλα λάθη	4	

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η μικρή αυτή έρευνα έγινε σε δύο τμήματα της Δ' και Ε' τάξης από 21 μαθητές το κάθε τμήμα.

Αφορμή έλαβα από την παρατήρηση ότι οι μαθητές Γυμνασίου και Λυκείου κάνουν λάθη στις 4 πράξεις της Αριθμητικής και ιδιαίτερα όταν οι αριθμοί είναι δεκαδικοί.

Με την έρευνα διαπιστώθηκαν και επισημαίνονται τα αίτια τα οποία οδηγούν κατά τη γνώμη μου τους μαθητές στα λάθη και προτείνονται λύσεις για την αντιμετώπισή τους.

SUMMARY

This small research is based on the two elementary grades fourth and fifth each containing 21 pupils.

The reason for doing this research is that I have found that pupils in Junior high and high school make errors in carrying out the four simple arithmetic transactions, especially when they have to use decimals.

In my opinion in this paper we try to point out the reasons that cause students to make these errors and provides solutions to confront their mistakes.