

**ΚΩΣΤΑΣ ΒΑΪΝΑΣ**

**ΠΑΘΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΩΝ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ:  
Η ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΟΥ ΠΡΟΚΡΟΥΣΤΗ**

**1. Εισαγωγή**

Παρά την έντονη κινητικότητα που παρατηρείται την τελευταία δεκαετία στην Ελλάδα σχετικά με θέματα και προβλήματα της Διδακτικής των Μαθηματικών, κοινή διαπίστωση είναι ότι η επιστήμη αυτή δεν μπόρεσε ακόμη να θέσει τα θεμέλια εκείνα, που θα της επιτρέψουν την καλύτερη δυνατή αντιμετώπιση των προβλημάτων της. Θα μπορούσε να πει κανείς, ότι παρά το ζωηρό ενδιαφέρον που επιδεικνύεται από πολλούς παράγοντες για θέματα διδασκαλίας του μαθήματος των Μαθηματικών, η Διδακτική των Μαθηματικών αδυνατεί ακόμη να προσδιορίσει την ταυτότητά της, καθώς και τα πεδία έρευνάς της.

Ο Α. Γαγάτσης στο εισαγωγικό κεφάλαιο “Τι είναι Διδακτική των Μαθηματικών”, σε βιβλίο του, που κυκλοφόρησε τελευταία, διερωτάται: “Μπορούμε να περιλάβουμε τη Διδακτική των Μαθηματικών μέσα σε ορισμό; Μπορούμε να ρηψοκινδυνεύσουμε σε αυτό το πεδίο;”<sup>1</sup>.

Θα ήταν πράγματι εξαιρετικά θλιβερή η κατάσταση, εάν η διαπίστωση της αδυναμίας ορισμού της Διδακτικής των Μαθηματικών συνδυαζόταν με τη γνωστή ρήση του Αντισθένη “αρχή παιδείσεως η των ονομάτων επίσκεψις”<sup>2</sup>. Θα σήμαινε ότι η Διδακτική των Μαθηματικών ως επιστήμη δεν έχει κάνει ακόμη την αρχή της, δηλαδή ότι είναι ανύπαρκτη.

Όμως η κατάσταση δεν είναι ίσως τόσο απελπιστική. Το να ορίσει κανείς τι είναι Διδακτική των Μαθηματικών δεν είναι και τόσο δύσκο-

λη υπόθεση, αλλά ούτε και να εντοπίσει κανείς τη σχέση της με τις άλλες συγγενικές επιστήμες είναι αδύνατο.

Άλλα είναι τα προβλήματα στα πλαίσια βέβαια της ελληνικής Διδακτικής των Μαθηματικών, που δεν έχουν πάρει ακόμη το δρόμο προς την επίλυσή τους. Ένα από αυτά, που αποτελεί συγχρόνως και προϋπόθεση για την επίλυση πολλών άλλων, είναι και ο προσδιορισμός της επιστημονικής υποδομής των προσώπων αυτών που θα πρέπει κατά κύριο λόγο να υπηρετήσουν την επιστήμη της Διδακτικής των Μαθηματικών. Μια προσπάθεια με στόχο τον προσδιορισμό αυτό αποτελεί και η εργασία αυτή. Κρίνεται όμως σκόπιμο να προηγηθεί ο ορισμός της Διδακτικής των Μαθηματικών και να εντοπιστεί η σχέση της με τις άλλες συγγενικές της επιστήμες, ώστε να προσδιοριστεί με τον καλύτερο δυνατό τρόπο το περιεχόμενό της και το εύρος της.

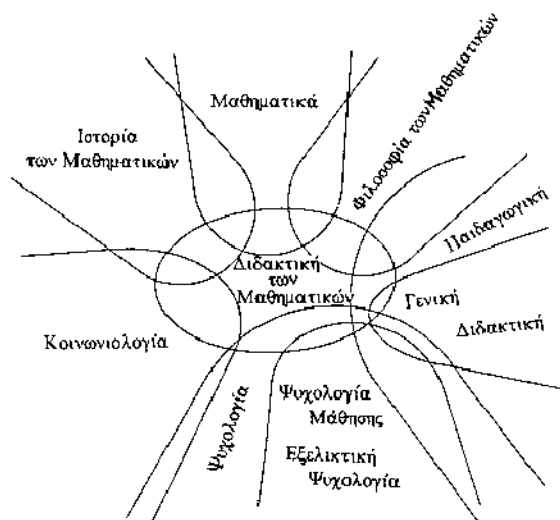
## 2. Ορισμός και σχέση της Διδακτικής των Μαθηματικών με τις άλλες συγγενικές της επιστήμες

Ένας από τους λόγους καθυστέρησης της εμφάνισης της Διδακτικής των Μαθηματικών ως ανεξάρτητης επιστήμης ήταν και το γεγονός ότι αυτή περιοριζόταν ασφυκτικά κάτω από τη σκέπη της Ειδικής και Γενικής Διδακτικής, (πράγμα βεβαίως που ίσχυε για τις διδακτικές όλων των μαθημάτων). Η στέγαση αυτή όχι μόνο την καθιστούσε ατροφική, αλλά περιοριζόταν (και περιορίζεται ακόμη και σήμερα) κυρίως στο να τη διαχωρίζει σε Διδακτική των διαφόρων κλάδων των Μαθηματικών, όπως π.χ. Διδακτική της Αριθμητικής, Διδακτική της Γεωμετρίας<sup>3</sup> κ.τ.λ. Οι συντονισμένες, θα έλεγε κανείς, προσπάθειες των John Peiry από την Αγγλία, E. H. Moore από τις Η. Π. της Αμερικής και Felix Klein από τη Γερμανία για την προβολή της ενότητας της μαθηματικής μόρφωσης είχαν ως αποτέλεσμα και τη βαθμιαία ενοποίηση των σχολικών Μαθηματικών, που στην Ελλάδα συντελέστηκε σχετικά αργά<sup>4</sup>. (Με τον όρο ενοποίηση εννοείται πρωτίστως η οργανική σύνδεση της διδακτέας ύλης της Αριθμητικής, Γεωμετρίας, Άλγεβρας και Τριγωνομετρίας στο σύγχρονο μάθημα των Μαθηματικών, γεγονός που επιφέρει και την ενοποίηση της Διδακτικής).

Ενοποιημένη και αυτοτελής επιστήμη μπορεί λοιπόν τώρα η Διδα-

κτική των Μαθηματικών να οριστεί απλά ως η επιστήμη “της μάθησης και της διδασκαλίας των Μαθηματικών. Εξετάζει τους σκοπούς, το περιεχόμενο και τις προϋποθέσεις (της διδασκαλίας των Μαθηματικών) και προσπαθεί τις γνώσεις αυτές να τις μεταφέρει στην πράξη. Η Διδακτική των Μαθηματικών δεν είναι ούτε μία μεταμαθηματική θεωρία ούτε μια περιοχή εφαρμογής των παιδαγωγικών επιστημών της Ψυχολογίας ή της Κοινωνιολογίας. Είναι πολύ περισσότερο μια αυτοδύναμη και ανεξάρτητη επιστήμη, που επικουρείται από συγγενικές επιστήμες, δηλαδή τα Μαθηματικά, τα Παιδαγωγικά, την Ψυχολογία, την Κοινωνιολογία, την Φιλοσοφία”<sup>5</sup>.

Με τον παραπάνω ορισμό εύκολα μπορεί κανείς να καταλήξει στην παρατιθέμενη σχηματική απεικόνιση, που είναι αρκετά εύγλωττη, για να καταδείξει τη σχέση της Διδακτικής των Μαθηματικών με τις άλλες συγγενικές της επιστήμες, δηλαδή τα Μαθηματικά, τη Φιλοσοφία των Μαθηματικών, την Ιστορία των Μαθηματικών, την Κοινωνιολογία, την Ψυχολογία και την Παιδαγωγική<sup>6</sup>. Θα μπορούσε ίσως το σχήμα αυτό να συμπληρωθεί και με επιστήμες που έχουν λιγότερη συνάφεια με τη Διδακτική των Μαθηματικών, όπως π.χ. με τη Φυσική, καθώς και με μη επιστημονικούς τομείς, όπως είναι οι καλές τέχνες (ζωγραφική, μουσική κ.τ.λ.), καθώς τέλος και με δραστηριότητες της καθημερινής ζωής.



*Σχηματική απεικόνιση της Διδακτικής των Μαθηματικών με τις συγγενικές της επιστήμες.*

Εάν έπρεπε να επιλεγούν από τις συγγενικές επιστήμες της Διδακτικής των Μαθηματικών εκείνες που έχουν τη μεγαλύτερη συνάφεια με αυτή, αυτές θα ήταν αναμφίβολα τα Μαθηματικά, η Παιδαγωγική και η Ψυχολογία.

Ο λόγος της επιλογής τους, είναι ο εξής: Κατά τη διεξαγωγή μιας διδασκαλίας, απαραίτητη προϋπόθεση για τον διδάσκοντα είναι να γνωρίζει κυρίως :

- α. Τι θα διδάξει
- β. Ποιον ή ποιους θα διδάξει
- γ. Πώς θα διδάξει.<sup>7</sup>

Την απάντηση στο πρώτο ερώτημα, εφόσον βέβαια πρόκειται για διδασκαλία στο μάθημα των Μαθηματικών, θα δώσει η μαθηματική επιστήμη. Την απάντηση στο δεύτερο ερώτημα θα δώσει κυρίως η Ψυχολογία. Την απάντηση στο τρίτο ερώτημα θα δώσει η Παιδαγωγική και ιδιαίτερα ο επιστημονικός της κλάδος της Διδακτικής.

Τα Μαθηματικά λοιπόν παρέχουν το αντικείμενο διδασκαλίας, δηλαδή την ύλη, που η Διδακτική των Μαθηματικών θα πρέπει να μετατρέψει σε διδάξιμη<sup>8</sup>. Δε νοείται επομένως σοβαρή ενασχόληση με τη Διδακτική των Μαθηματικών, χωρίς κατοχή σε ικανοποιητικό βαθμό της μαθηματικής επιστήμης, μια και αυτό επιβάλλει η ενοποίηση των σχολικών Μαθηματικών και της Διδακτικής τους.

Από την άλλη πλευρά δύσκολα θα μπορούσε κανείς να εντοπίσει κλάδους της παιδαγωγικής επιστήμης, που δε θα είχαν μεγάλη σχέση με τη Διδακτική των Μαθηματικών. Αφού η διδασκαλία των Μαθηματικών έχει βασικά παιδαγωγικό χαρακτήρα και συντελείται ως επί το πλείστον στο σχολείο, η θεωρία παιδείας (γενική παιδαγωγική) και η σχολική παιδαγωγική αποτελούν απαραίτητο γνωστικό εξοπλισμό του ασχολούμενου με τη Διδακτική των Μαθηματικών. Ταυτόχρονα δεν πρέπει να παραγνωρίζεται η σημασία και άλλων κλάδων της Παιδαγωγικής, όπως της Συγκριτικής Παιδαγωγικής, της Πειραματικής Παιδαγωγικής, της έρευνας σχετικά με την εξέλιξη των αναλυτικών προγραμμάτων και πάνω απ' όλα της Διδακτικής.

Από την επιστήμη της Ψυχολογίας η Εξελικτική Ψυχολογία είναι αυτή που θα δώσει πληροφορίες σχετικά με τις διανοητικές, ψυχοκινητικές κτλ. δυνατότητες, αλλά και τους περιορισμούς στη σκέψη του παι-

διού σε κάθε εξελικτικό στάδιο. Η Ψυχολογία της Μάθησης θα ενημερώσει για τις υπάρχουσες θεωρίες μάθησης και τις δυνατότητες προσαρμογής τους στις ανάγκες της Διδακτικής των Μαθηματικών. Η Ψυχολογία Ατομικών Διαφορών αποτελεί τη θεωρητική θεμελίωση της διαφοροποιημένης σχολικής διδασκαλίας στο μάθημα των Μαθηματικών<sup>9</sup>. Η Ψυχολογία Προσαρμογής και η Ψυχολογία Κινήτρων θα αξιοποιηθούν αναμφίβολα για τη δημιουργία ενδο- ή και εξωμαθηματικών κινήτρων μάθησης για το αντίστοιχο μάθημα.<sup>10</sup>

Αυτονόητη είναι τέλος η χρησιμότητα της Παιδαγωγικής Ψυχολογίας, του κλάδου, που γεφυρώνει την Παιδαγωγική με την Ψυχολογία, προς όφελος της παιδαγωγικής πράξης.

Με τον παραπάνω προσδιορισμό της σχέσης της Διδακτικής των Μαθηματικών με τις άλλες συγγενικές της επιστήμες και ιδιαίτερα με τους διάφορους κλάδους της Ψυχολογίας, της Παιδαγωγικής και των Μαθηματικών αφομοιώνει στους κόλπους της ένα μεγάλο μέρος, αν όχι το μεγαλύτερο, των επιστημών που προαναφέρθηκαν.

Στο σημείο αυτό επιβάλλεται η παρακάτω διευκρίνιση: Θα μπορούσε να διατυπωθεί η άποψη, ότι αφού η Διδακτική των Μαθηματικών παραλαμβάνει περιεχόμενο άλλων επιστημών, δεν έχει αυτοτέλεια και δεν έχει επομένως και επιστημονικό χαρακτήρα.

Η άποψη αυτή θα ήταν σωστή, εάν η Διδακτική των Μαθηματικών ήταν ένας απλός δέκτης του περιεχομένου άλλων επιστημών. Και φυσικά στην περίπτωση αυτή η Διδακτική των Μαθηματικών δε θα αποτελούσε αυτοδύναμη επιστήμη. Όμως το περιεχόμενο των άλλων συγγενικών της επιστημών που παραλαμβάνει απ' αυτές, δεν το δέχεται παθητικά, αλλά το επεξεργάζεται και το διαμορφώνει έτσι, ώστε να εξυπηρετήσει τους δικούς της αυτοτελείς σκοπούς, που σχετίζονται με την ποιοτική βελτίωση του τρόπου διδασκαλίας και μάθησης του μαθήματος των Μαθηματικών. Είναι επομένως η Διδακτική των Μαθηματικών ένας αυτόνομος επιστημονικός χώρος, που διασκευάζει και προσαρμόζει δυναμικά ό,τι από τις συναφείς της επιστήμες κρίνει αξιοποιήσιμο.

### 3. Προσπέλαση στο ερευνητικό πεδίο της Διδακτικής των Μαθηματικών

Ο προηγούμενος ορισμός της Διδακτικής των Μαθηματικών και κυρίως ο εντοπισμός της σχέσης της με τις άλλες συγγενικές της επιστήμες, επιτρέπουν και τον προσδιορισμό του τρόπου προσπέλασης στο ερευνητικό της πεδίο. Ως πρώτη συνέπεια της παραπάνω οριοθέτησης της Διδακτικής των Μαθηματικών πρέπει να θεωρηθούν τα εξής:

Η πρώτη υποχρεωτική οδός προσπέλασης είναι αναμφίβολα αυτή της μαθηματικής επιστήμης. Εάν το “τι” της διδασκαλίας είναι απαραίτητη προϋπόθεση που πρέπει να γνωρίζει αυτός που διδάσκει το μάθημα των Μαθηματικών, κατά μείζονα λόγο θα είναι απαραίτητη προϋπόθεση για τον ερευνητή της Διδακτικής των Μαθηματικών.

Όμως η ιδιότητα αυτή από μόνη της δεν επαρκεί. Θα πρέπει αυτός να είναι επίσης γνώστης της Παιδαγωγικής σε τέτοιο βαθμό, ώστε να είναι σε θέση, όχι απλά να κατέχει και να εφαρμόζει με άνεση τις αρχές της Παιδαγωγικής στη μαθηματική εκπαίδευση, αλλά να τις εφαρμόζει μετά από σχετική προσαρμογή στην εξυπηρέτηση των στόχων της μαθηματικής παιδείας. Ευνόητο είναι λοιπόν ότι ο ερευνητής της Διδακτικής των Μαθηματικών θα πρέπει να έχει σπουδάσει συστηματικά την παιδαγωγική επιστήμη. Βέβαια στην καθομιλούμενη προσκολλάται η ιδιότητα “παιδαγωγός” σε καθέναν που στο επάγγελμά του έχει να κάνει με παιδιά ή νήπια. Όπως είναι γνωστό, παιδαγωγός στην αρχαία Αθήνα ήταν ο δούλος που αναλάμβανε να οδηγεί τα παιδιά στο σχολείο. Όμως η Παιδαγωγική έχει εξελιχθεί σήμερα σε επιστήμη και παιδαγωγός στην επιστημονική γλώσσα δεν είναι απλά ο εκπαιδευτικός της δευτεροβάθμιας ή και της πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης συμπεριλαμβανομένης και της προσχολικής αγωγής (Αυτή είναι η χρήση του όρου στην απλοϊκή καθημερινή γλώσσα), αλλά ο εκπαιδευτικός που έχει κάνει βασικές και μεταπτυχιακές σπουδές στην παιδαγωγική επιστήμη.

Κρίνεται λοιπόν απαραίτητη η παιδαγωγική κατάρτιση του ερευνητή της Διδακτικής των Μαθηματικών, κατάρτιση όμως, που αναμφίβολα πρέπει να εξασφαλίζεται με συστηματικές σπουδές στην επιστήμη αυτή.

Αυτή είναι και η δεύτερη υποχρεωτική οδός προσπέλασης της Διδακτικής των Μαθηματικών.

Αλλά και πάλι οι δύο προηγούμενες ιδιότητες του μαθηματικού και του παιδαγωγού, ενώ είναι απαραίτητες, δεν είναι και αρκετές γι' αυτόν που θέλει να ασχοληθεί με αξιώσεις στο συγκεκριμένο χώρο. Οι γνώσεις του στην επιστήμη της Ψυχολογίας πρέπει να είναι τέτοιες, που να του επιτρέπουν την κατανόηση του μαθητή ως ψυχοσωματική οντότητα, καθώς επίσης την αξιοποίηση γενικών ψυχολογικών θεωριών μάθησης, στην υπηρεσία της διδασκαλίας και μάθησης του μαθήματος των Μαθηματικών. Είναι απαραίτητο οι γνώσεις του ερευνητή της Διδακτικής των Μαθηματικών στις επιστημονικές περιοχές της Ψυχολογίας να πιστοποιούνται τουλάχιστον από εξετάσεις μεταπτυχιακού επιπέδου. Η Ψυχολογία λοιπόν αποτελεί και την τρίτη υποχρεωτική οδό προσπέλασης της Διδακτικής των Μαθηματικών.

Πέρα από τις παραπάνω ιδιότητες του μαθηματικού, του παιδαγωγού και του ψυχολόγου ευνόητο είναι ότι γνώσεις από τις άλλες συγγενικές επιστήμες που απεικονίζονται στο σχήμα, δηλαδή της Φιλοσοφίας των Μαθηματικών, της Ιστορίας των Μαθηματικών, της Κοινωνιολογίας κτλ. αποτελούν επίσης σημαντικό εργαλείο του ερευνητή της Διδακτικής των Μαθηματικών.

Ένας ακόμη τομέας, αυτή τη φορά όχι καθαρά επιστημονικός, παραγνωρίστηκε στην αναφορά του συνολικού γνωστικού πεδίου του ερευνητή της Διδακτικής των Μαθηματικών. Είναι η διδακτική πείρα. Όπως είναι γνωστό, δύο είναι οι αφετηρίες έρευνας προβλημάτων της Διδακτικής των Μαθηματικών. Η μία αφετηρία είναι οι ίδιες οι επιστήμες, που αναφέρθηκαν προηγουμένως. Επιχειρείται δηλαδή βελτίωση της διδασκαλίας και της μάθησης στο μάθημα των Μαθηματικών με την προσαρμογή στη Διδακτική των Μαθηματικών θεωριών ή αρχών της Παιδαγωγικής ή της Ψυχολογίας (π.χ. η ταξινόμια των διδακτικών στόχων στη Διδακτική των Μαθηματικών).

Η δεύτερη αφετηρία είναι η διδακτική πράξη. Στην καθημερινή διδασκαλία του "μάχιμου" εκπαιδευτικού για παράδειγμα, διαπιστώνεται ότι η πλειονότητα των μαθητών αδυνατεί ή δυσκολεύεται να κατανοήσει μια μαθηματική έννοια. Η λύση του προβλήματος θα πρέπει να αναζητηθεί φυσικά στον ευρύτερο χώρο της Διδακτικής των Μαθηματι-

κών.

Ενώ λοιπόν η πρώτη αφετηρία έρευνας καλύπτεται με την ουσιαστική και συστηματική κατάρτιση του ερευνητή της Διδακτικής των Μαθηματικών στις επιστήμες που αναφέρθηκαν, για να καλυφθεί και η δεύτερη είναι απαραίτητο να διαθέτει αυτός και διδακτική πείρα.

Από την άποψη αυτή κρίνεται σημαντική η προσφορά των σχολικών συμβούλων για τη Διδακτική των Μαθηματικών, που έρχεται να καταθέσει στο γενικό προβληματισμό κυρίως συμπεράσματα από την καθημερινή διδακτική πράξη και εμπειρικές αντιμετωπίσεις διαφόρων διδακτικών προβλημάτων. Αυτό όμως σε καμιά περίπτωση δε σημαίνει ότι ο τίτλος του σχολικού συμβούλου για το μάθημα των Μαθηματικών από μόνος του (δηλαδή χωρίς τα απαιτούμενα επιστημονικά πειστήρια) μπορεί να υποκαταστήσει τον ειδικό επιστήμονα.

Η σωστή τοποθέτηση επομένως σ' αυτό το πρόβλημα είναι: Συνεργασία των επιστημόνων της Διδακτικής των Μαθηματικών με τους σχολικούς συμβούλους του μαθήματος, πρώτον για να συμβάλουν και αυτοί με τη σειρά τους από πλευράς εμπειριών στη γενική προσπάθεια και δεύτερον, γιατί είναι το επίσημο κανάλι, που μέσα απ' αυτό αναγνωπικές τάσεις στη Διδακτική των Μαθηματικών μπορούν να περάσουν στα σχολεία.

Η διδακτική πείρα διαπιστώνεται γενικά με τα έτη υπηρεσίας στη δημόσια ή ιδιωτική εκπαίδευση. Βέβαια θα μπορούσε εδώ να αντιταχθεί το επιχείρημα, ότι είναι δυνατόν κάποιος εκπαιδευτικός να έχει πολυετή υπηρεσία στη δημόσια ή ιδιωτική εκπαίδευση, στερούμενος όμως διδακτικής ευαισθησίας, να μην έχει αποκτήσει και την απαιτούμενη διδακτική πείρα. Το επιχείρημα αυτό είναι δυνατόν να ευσταθεί, όμως δεν υπάρχει ίσως καταλληλότερο κριτήριο για την αντικειμενική μέτρηση της διδακτικής πείρας. Γι' αυτό και εγγύηση για τη διδακτική ευαισθησία είναι η παιδαγωγική κατάρτιση.

Συνοψίζοντας λοιπόν τα παραπάνω στην προσπάθεια σκιαγραφίας του πορτραίτου του ερευνητή της Διδακτικής των Μαθηματικών τονίζεται με έμφαση, ότι ο ασχολούμενος υπεύθυνα με τη Διδακτική των Μαθηματικών θα πρέπει να είναι μαθηματικός, παιδαγωγός (με την επιστημονική σημασία του όρου), με γνώσεις ψυχολογίας και με διδακτική πείρα.

#### 4. Λόγος και αντίλογος

Ερευνητής της Διδακτικής των Μαθηματικών δεν είναι επομένως ο εκπαιδευτικός της πρωτοβάθμιας ή δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης που διδάσκει το μάθημα των Μαθηματικών, ούτε κι αν αυτός ασχολείται “ερασιτεχνικά” με τη Διδακτική των Μαθηματικών.

Εξάλλου θα ήταν παράλογη η απαίτηση, ο εκπαιδευτικός να είναι εκτός της ειδικότητάς του και παιδαγωγός και ψυχολόγος. Παρ’ όλα αυτά, σχετικές γνώσεις από τις επιστήμες αυτές είναι σημαντικές για την άσκηση του έργου του και σ’ αυτό στοχεύει κατά ένα μεγάλο μέρος και η πολυσυζητημένη στις μέρες μας επιμόρφωση των εκπαιδευτικών. Σ’ αυτό αναφέρεται και η προτροπή στον εκπαιδευτικό για αυτομόρφωση και η όσο το δυνατόν καλύτερη διασύνδεση με τα τεκμαινόμενα στον ειδικό επιστημονικό κλάδο.

Ερευνητής της Διδακτικής των Μαθηματικών ή ασχολούμενος υπεύθυνα με την επιστήμη αυτή είναι ασφαλώς αυτός, που αναλαμβάνει την εκπόνηση προγραμμάτων με εφαρμογή στη μαθηματική εκπαίδευση ή τη συγγραφή των σχολικών βιβλίων ή τη διδασκαλία του αντικείμενου των Μαθηματικών σε πανεπιστημιακό επίπεδο ή ακόμη περισσότερο, στην επιμόρφωση των εκπαιδευτικών, με την αυτονόητη προϋπόθεση ότι πληρούνται οι προϋποθέσεις που αναφέρθηκαν.

Εκτός από τις συγκεκριμένες αυτές περιπτώσεις προσώπων, που επιβάλλεται να κινούνται με άνεση στους επιστημονικούς χώρους τους σχετικούς με τη Διδακτική των Μαθηματικών, οποιαδήποτε άλλη βοήθεια και συμβολή είναι ευκατία και ευπρόσδεκτη από οπουδήποτε και αν προέρχεται.

Ίσως διατυπωθεί η άποψη, ότι θα μπορούσε η προσπέλαση στη Διδακτική των Μαθηματικών να γίνει από μία επιστήμη π.χ. από τη Μαθηματική. Στη συνέχεια με τον εντοπισμό των προβλημάτων της Διδακτικής των Μαθηματικών να γίνει προσπάθεια αναζήτησης των λύσεων με καταφυγή στην Παιδαγωγική και την Ψυχολογία.

Στην πρακτική της εφαρμογής η άποψη αυτή θα σήμαινε ότι ο ερευνητής της Διδακτικής των Μαθηματικών θα μπορούσε να είναι μαθηματικός, που για τις συγκεκριμένες ανάγκες θα μπορούσε να ασχοληθεί κάπως με την Παιδαγωγική και την Ψυχολογία.

Είναι ευνόητο ότι η άποψη αυτή προσπαθεί να “μπαλώσει” εκ των προτέρων με αποτυχία μία κατάσταση.

## 5. Μερικές τελικές παρατηρήσεις

1. Η παραπάνω θεώρηση της Διδακτικής των Μαθηματικών δίνει ασφαλώς ικανοποιητική λύση στο πρόβλημα, που ήταν έντονο στις Παιδαγωγικές Ακαδημίες που καταργήθηκαν και που εν μέρει το κληρονόμησαν και τα Πανεπιστημιακά Παιδαγωγικά Τμήματα Δημοτικής Εκπαίδευσης (για να μην αναφερθεί ότι σε ορισμένες περιπτώσεις το διόγκωσαν επικίνδυνα): Ποιος θα πρέπει να διδάξει τη Διδακτική των Μαθηματικών; Ο μαθηματικός ή ο παιδαγωγός; Η μονομερής απάντηση στο ερώτημα αυτό προκαλούσε διχογνωμία μεταξύ των καθηγητών ειδικότητας (όχι μόνον μαθηματικών) και παιδαγωγών, διότι κάθε ειδικότητα διεκδικούσε την αποκλειστικότητα της Διδακτικής του μαθήματος. Θα μπορούσε να πει κανείς, παραλλάσσοντας γνωστή λαϊκή φράση, ότι δύο ειδικότητες φιλονικούν για επιστημονική περιοχή άλλων.

Μετά την παραπάνω ανάλυση είναι ευνόητο ότι τη Διδακτική των Μαθηματικών θα πρέπει να αναλάβει ο μαθηματικός, που έχει σπουδάσει παιδαγωγική και ψυχολογία και έχει συγχρόνως και επαρκή διδακτική πείρα.

Μόνο στην περίπτωση που δε συγκεντρώνονται όλες οι παραπάνω προϋποθέσεις, τότε βέβαια αναγκαστικά γίνονται οι σχετικές “εκπτώσεις” και με πλήρη επίγνωση ότι “πρόκειται να πιούμε κρασί νερωμένο, χημικά συντηρημένο και τεχνητά χρωματισμένο”.

2. Η Διδακτική των Μαθηματικών στην Ελλάδα, που σύμφωνα με την άποψη αρκετών βρίσκεται ακόμη στην παιδική της ηλικία<sup>11</sup>, διέρχεται μια κρίσιμη φάση. Την τελευταία δεκαετία, την εποχή δηλαδή που άρχισε να στέκεται στα πόδια της, συντελέστηκε μια εξαιρετικά μεγάλη αύξηση ερευνητικών και διδακτικών θέσεων πάνω σ’ αυτό το αντικείμενο. Δημιουργήθηκαν και οργανώθηκαν τα Παιδαγωγικά Τμήματα Δημοτικής Εκπαίδευσης στα ελληνικά πανεπιστήμια. Η Διδακτική των Μαθηματικών παίζει τώρα - θεσμικά - σημαντικό ρόλο στην εκπαίδευση των μελλοντικών δασκάλων και οι αρμόδιες θέσεις που

προκηρύχτηκαν σύντομα και στελεχώθηκαν. Στη συνέχεια δημιουργήθηκε ο θεσμός του συμβούλου ειδικότητας. Οι θέσεις καλύφθηκαν σχετικά γρήγορα. Από τη βεβιασμένη αυτή ώθηση δεν έμεινε βέβαια απέξω και η χορήγηση διδακτορικών στη Διδακτική των Μαθηματικών.

Η ξαφνική αυτή έκρηξη σε ανάγκες της Διδακτικής των Μαθηματικών βρήκε την ίδια την επιστήμη - την ελληνική επιστήμη - απροετοίμαστη να ανταποκριθεί ικανοποιητικά στις πραγματικές απαιτήσεις των καιρών. Η ελληνική Διδακτική των Μαθηματικών έπρεπε δια μιας να ωριμάσει. Αυτό που συντελέστηκε είναι σε μεγάλο βαθμό μια τεχνητή και επιφανειακή άνθηση. Δεν της δόθηκε δυστυχώς ο κατάλληλος χρόνος να ωριμάσει φυσιολογικά, αλλά οι ανάγκες της επέβαλαν βεβιασμένη ανάπτυξη. Κανείς δεν μπορεί να ισχυριστεί, ότι σ' αυτή τη φάση δεν έγιναν ακούσια ή εκούσια λάθη. Κανείς δεν αμφιβάλλει, ότι χρησιμοποιήθηκε κατά κόρον η τεχνική του Προοκρούστη.

Η βεβιασμένη και τυπική κυρίως εξέλιξη της ελληνικής Διδακτικής των Μαθηματικών δεν αποτελεί απλά μια ουδέτερη κατάσταση. Αντίθετα αποτελεί μια ισχυρή δύναμη οπισθοδρόμησης, που αν δεν αναχαιτιστεί όσο ακόμη είναι καιρός, θα οδηγήσει σε παραμόρφωση της αντίστοιχης επιστήμης στον τόπο μας.

## Σημειώσεις

1 Γαγάτσης, Α.: Θέματα Διδακτικής των Μαθηματικών, Εκδ. Κυριακίδη, Θεσσαλονίκη 1991, σ. 1.

2 Παπαδόπουλος, Ν.: Ψυχολογία αγωγής του παιδιού, Αθήνα 1981, σ.13.

3 Βλ. σχετικά παλαιότερα εγχειρίδια Ειδικής Διδακτικής.

4 Βαϊνάς, Κ.: Η Διδακτική των Μαθηματικών των Α. Ι. Wittenberg και Μ. Wagenschein. Συνέπειες για την ελληνική μαθηματική Εκπαίδευση. Στο 4ο-5ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, Ε.Μ.Ε, Αθήνα 1987-88, σ. 141.

5 Bigalke, H. G.: Sinn und Bedeutung der Mathematik, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt 1978, S. 120. Ο παραπάνω ορισμός της Διδακτικής των Μαθηματικών είναι ένας από τους πολλούς ορισμούς που μπορεί συναντήσει κανείς στη σχετική ευρωπαϊκή βιβλιογραφία.

6 Vainas, K.: Der Mathematikunterricht im Übergang von der Grundschule zum Gymnasium. Διδ. διατριβή, Stuttgart 1992, S. 27.

7 Ως γνωστόν τα ερωτήματα που πρέπει να απαντήσει κανείς πριν από τον σχεδιασμό της διδασκαλίας δεν είναι μόνον αυτά τα τρία. Δευτερεύοντα ερωτήματα είναι:

- Πότε θα γίνει η διδασκαλία
- Πού θα γίνει η διδασκαλία
- Με τι μέσα θα γίνει η διδασκαλία
- Σε τι αποβλέπει η διδασκαλία
- Σε τι πλαίσια θα γίνει η διδασκαλία

8 Chevallard, Y.: La Transposition didaktique, Édition pansee sauvage, Grenoble 1980, σ. 39.

9 Βλ. σχετικά: Βαϊνάς, Κ.: Μορφές εξωτερικής και εσωτερικής διαφοροποίησης της σχολικής διδασκαλίας. Παράδειγμα εσωτερικής διαφοροποίησης στα Μαθηματικά. Στο: Παιδαγωγικό Βήμα Αιγαίου, Τ. 5, Μυτιλήνη 1990.

10 Zech, F.: Motivation im/für den Mathematikunterricht im Lichte neuerer Psychologie, Pädagogik, Mathematik-didaktik. In: Mathematikunterricht, H3, 1985 S. 7 κ.ε.

11 Ο Σ. Παπασταυρίδης στην εισήγηση που αναφέρθηκε προηγουμένως μίλησε για παιδικές ασθένειες της ελληνικής Διδακτικής των Μαθηματικών, που αν δε θεραπευτούν σύντομα θα μετατραπούν σε χρόνιες παθήσεις.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Βαϊνάς, Κ.: Η Διδακτική των Μαθηματικών των A. I. Wittenberg και M. Wagenschein. Συνέπειες για την ελληνική μαθηματική εκπαίδευση. Στο: 4ο-5ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, Ε. Μ. Ε., Αθήνα 1987-88.
2. Βαϊνάς, Κ.: "Μορφές εξωτερικής και εσωτερικής διαφοροποίησης της σχολικής διδασκαλίας. Παράδειγμα εσωτερικής διαφοροποίησης στα Μαθηματικά": *Παιδαγωγικό Βήμα Αιγαίου*, τ. 5 , Μυτιλήνη 1990.
3. Bigalke, H. G.: Sinn und Bedeutung der Mathematik - didaktik. In: Steiner, H. G. (Hrsg.): *Didaktik der Mathematik*, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt 1978.
4. Chevallard, Y.: *La Transposition didaktique*, Edition pansée sauvage, Grenoble 1980.
5. Γαγάτσος, Α.: *Θέματα Διδακτικής των Μαθηματικών*, Εκδ. Κυριακίδη, Θεσσαλονίκη 1991.
6. Παπαδόπουλος, Ν.: *Ψυχολογία αγωγής του παιδιού*, Αθήνα 1981.
7. Πετρουλάκης, Ν.: *Προγράμματα - εκπαιδευτικοί στόχοι - μεθοδολογία*, Εκδ. Φελέκη, Αθήνα 1981.
8. Vainas, K.: *Der Mathematikunterricht im Übergang von der Grundschule zum Gymnasium*. Διδακτορική διατριβή, Stuttgart 1992.
9. Zech, F.: *Motivation im/für den Mathematikunterricht im Lichte neuerer Psychologie, Pädagogik, Mathematik - didaktik*. In: *Mathematikunterricht*, H3, 1985.

## Zusammenfassung

Mathematikdidaktik ist ohne Zweifel eine ganz neue Wissenschaft. Mindestens in Griechenland zweifelt man noch an den Voraussetzungen und an den wissenschaftlichen Qualifikationen des entsprechenden Forschers.

Um diese Voraussetzungen und Qualifikationen zu bestimmen, muss man den wissenschaftlichen Bereich der Mathematikdidaktik umreißen. Nach einer Bestimmung der Mathematikdidaktik und der Untersuchung ihres Zusammenhanges mit den verwandten Wissenschaften (Mathematik, Philosophie der Mathematik, Geschichte der Mathematik, Paedagogik, Psychologie, Paedagogische Psychologie, Soziologie u.a.m.) wird festgestellt:

Der Forscher der Mathematikdidaktik, soll Mathematiker sein; Studien in Paedagogik und Psychologie sowie auch unterrichts-praxis in Mathematik sind notwendig.

Leider sind alle diese Voraussetzungen in Griechenland nicht in allen Faellen erfüllt.