Ποσοτικές απεικονίσεις του χώρου. Επιλογή της καλύτερης απεικόνισης με τη βοήθεια του κριτηρίου μεγίστης δυνάμεως

Α. Ν. ΚΑΡΑΓΑΝΗΣ

1. Η τυπική απεικόνιση του χώρου. Γειτνίαση και Μήτρες Χωρικών Σταθμίσεων

Η λειτουργική ενσωμάτωση της χωρικής εξάρτησης στα υποδείγματα Χωρικής Οικονομετρίας είναι ένα από τα κρισιμότερα προβλήματα της. Η χωρική εξάρτηση βασίζεται στο θεμελιώδη πρώτο νόμο της γεωγραφίας κατά τον Tobler (1979), όπου οτιδήποτε συμβαίνει σε κάποιο σημείο στο χώρο επηρεάζει όλα τα άλλα σημεία, περισσότερο όμως τα πλησιέστερα προς αυτό. Τούτο σε οικονομετρικούς όρους σημαίνει ανάλυση της χωρικής αυτοσυσχέτισης. Αντίθετα όμως με την ακολουθούμενη πρακτική στην ανάλυση χρονοσειρών, όπου η έννοια της μεταβλητής με υστέρηση είναι σχετικά μη διφορούμενη, δηλαδή το παρελθόν καθορίζει το παρόν και το μέλλον, στη χωρική ανάλυση τα πράγματα περιπλέκονται σημαντικά. Στη χωρική ανάλυση, ο ορισμός της χωρικής υστέρησης είναι, λίγο ως πολύ, αυθαίρετος, ενώ, η επέκταση της έννοιας της υστέρησης σε χωρικές υστερήσεις ανωτέρας τάξεως παρουσιάζει σημαντικά προβλήματα.

Η αξιωματική προσέγγιση στη χωρική ανάλυση έγκειται στον τρόπο με τον οποίο απεικονίζεται ποσοτικά τόσο ο παράγων χώρος όσο και οι σχέσεις που υπάρχουν ανάμεσα στις χωρικές μονάδες που τον αποτελούν. Πιο συγκεκριμένα δεν υπάρχει επιστημονικός ορισμός των γεωγραφικών μονάδων, αλλά γίνεται αυθαίρετα, π.χ. οι γεωγραφικές μονάδες ορίζονται με την υιοθέτηση ενός καννάβου με κάποιο σύστημα συντεταγμένων, ή σύμφωνα με τα υπάρχοντα διοικητικά όρια, ή με οποιονδήποτε άλλο αξιωματικό τρόπο. Ακόμα, οι σχέσεις που διέπουν το εξεταζόμενο κάθε φορά γεωγραφικό σύστημα ορίζονται αξιωματικά. Τέτοιες

Α. Ν. ΚΑΡΑΓΑΝΗΣ, Δρ. Οικονομολόγος

ΤΟΠΟΣ Επιθεώρηση Χωρικής Ανάπτυξης, Σχεδιασμού και Περιβάλλοντος, 16/ 2001 ISSN 1105-3267 σσ. 111 - 119

σχέσεις είναι η γειτνίαση και η απόσταση των γεωγραφικών μονάδων. Η γειτνίαση είναι σχέση ομοιότητας, ενώ η απόσταση είναι σχέση ανομοιότητας. Η γειτνίαση στο χώρο μπορεί να θεωρηθεί :

α. *Άμεσα*, εφόσον δίδεται μία μήτρα ροών/ανταλλαγών ανάμεσα στις χωρικές μονάδες. Στην περίπτωση αυτή σε ένα σύνολο χωρικών μονάδων N (1, 2, . . ., i, j, . . ., N) δύο χωρικές μονάδες i και j θεωρούνται γειτονικές, εφόσον υπάρχουν πραγματικές ροές f_{ij} ή/και f_{ji} μεταξύ των χωρικών μονάδων. Αν η σχέση γειτνίασης ορισθεί ως συμμετρική σχέση τότε θεωρείται απαραίτητη η ύπαρξη πραγματικών/παρατηρούμενων ροών τόσο από το i στο j (f_{ij}) όσο και από το j στο i (f_{ji}). Αν δεν θεωρηθεί απαραίτητη η συμμετρικότητα της σχέσης γειτνίασης, τότε γενικά υπάρχει η δυνατότητα, η μήτρα να περιέχει το f_{ij} χωρίς να περιέχει το f_{ji} ή και αντίστροφα.

β. *Έμμεσα* με τη χρήση κάποιας σχέσης γειτνίασης ή εξάρτησης. Η σχέση χωρικής εξάρτησης ή χωρικής αυτοσυσχέτισης όπως αναπτύχθηκε από τους Moran το 1948 και Geary το 1954 στηρίχτηκε στην έννοια της χωρικής συνέχειας ή γειτνίασης (spatial contiguity) μεταξύ δύο χωρικών μονάδων (δυαδική σχέση γειτνίασης). Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση η γειτνίαση εκφράζεται με τιμές 0-1 (μη γείτονες/γείτονες, αντίστοιχα).

και να έχει τη μορφή μιας τετραγωνικής μήτρας διαστάσεων NxN, όπου N είναι ο αριθμός των γεωγραφικών μονάδων. Οι γραμμές και οι στήλες της μήτρας αυτής αντιστοιχούν στις μονάδες του εξεταζόμενου γεωγραφικού συστήματος, έτσι ώστε κάθε στοιχείο αυτής της μήτρας αναπαριστά τη γεωγραφική σχέση που υπάρχει ανάμεσα στις αντίστοιχες χωρικές μονάδες.

Εφόσον δύο χωρικές μονάδες i και j έχουν κοινό όριο (σύνορο) μη μηδενικού μήκους, θεωρούνται ως γειτονικές και τα φατνία της σχετικής μήτρας παίρνουν την τιμή 1 ($a_{ij} = a_{ji} = 1$). Προφανώς η σχέση αυτή είναι συμμετρική.

Σε ένα συνηθισμένο φυσικό χώρο η σχέση γειτνίασης προσδιορίζεται αυτονόητα. Ωστόσο, όταν οι χωρικές μονάδες προέρχονται από την εφαρμογή κάποιου καννάβου στον χώρο, ο προσδιορισμός της χωρικής συνέχειας δεν είναι μοναδικός. Η έννοια του κοινού ορίου μπορεί να αποδοθεί με πολλούς τρόπους, συγκεκριμένα να παίρνει την μορφή της κοινής πλευράς των δύο μονάδων, ή να παίρνει την μορφή της κοινής κορυφής των μονάδων, ενώ θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί και ο συνδυασμός των δύο εννοιών. Δηλαδή τα δύο φατνία να θεωρείται ότι γειτνιάζουν είτε αν έχουν κοινή ακμή, είτε κοινή κορυφή. Αντίστοιχα προς το σκάκι οι τρεις περιπτώσεις θα μπορούσαν να αποδοθούν ως η περίπτωση του πύργου, του τρελλού και της βασίλισσας (Anselin, 1988).

Όταν οι χωρικές μονάδες απεικονίζονται χωρικά ως σημεία στο χώρο (όπως πόλεις, κέντρα περιφερειών, αστικών ζωνών, κλπ), η έννοια της γειτνίασης μπορεί να προσεγγιστεί από την άποψη του συντομότερου διαδρόμου (shortest path) σε ένα δίκτυο ή γράφημα.

Οι γείτονες της τυχαίας γεωγραφικής μονάδας Α προκύπτουν εδώ από τον ορισμό μιας πύλης γειτνίασης (ακτίνας ενός κύκλου) που ορίζεται μέσω της απόστασης από το Α (στο σημείο Α βρίσκεται το κέντρο του κύκλου, με ακτίνα την προαναφερθείσα απόσταση, που ορίζεται από πριν).

Η έννοια της εξάρτησης και/ή αλληλεξάρτησης των γεωγραφικών μονάδων, προέρχεται από τις θεωρίες των συσχετικών υποδειγμάτων στην χωρική ανάλυση. Εάν κάποια μεταβλητή X παρατηρείται επί των χωρικών μονάδων 1, 2, ..., N τότε, οι γείτονες της χωρικής μονάδας I προσδιορίζονται ως το σύνολο των μονάδων J (υποσύνολο του N) για τις οποίες η X_J περιλαμβάνει στην τυπική έκφραση της, τις υπό συνθήκη πιθανότητες X_I.

Αυτός ο προσδιορισμός παράγει το σύνολο των γειτόνων της. Δηλαδή το σύνολο των γειτόνων J του I είναι το σύνολο των χωρικών μονάδων για τις οποίες η υπό συνθήκη πιθανότητα του X_I δεν ισούται προς την πιθανότητα :

$$\{\forall\ J \mid P(X_I) \neq P(X_I|X_J)\}$$

Είναι φανερό ότι αυτός ο ορισμός της γειτνίασης των χωρικών μονάδων δεν εμπεριέχει την διάσταση της θέσης που έχει στο γεωγραφικό σύστημα η κάθε μία από αυτές αλλά εξαντλείται στην θεώρηση των πιθανοτήτων. Τούτο εννοιολογικά σημαίνει εξάρτηση σύμφωνα με το νόμο του πολλαπλασιασμού των πιθανοτήτων, άρα και γειτνίαση. Η ενσωμάτωση της χωρικής διάστασης στον προηγούμενο ορισμό επιχειρείται από τον Anselin μέσω του εμπλουτισμού της ανωτέρω σχέσης με την απόσταση d_{ij} μεταξύ των χωρικών μονάδων.

$$\{\forall J \mid P(X_I) \neq P(X_I|X_J),\ d_{ij} < \varepsilon_{ij}\}$$

όπου ε_{ij} είναι το σημείο-τομή (κρίσιμο σημείο) για κάθε χωρική μονάδα.

Η απόσταση d_{ij} πληροί τις ιδιότητες της συνηθισμένης μετρικής απόστασης.

Αν $d_{ij}=0$ τότε $i=j$

$d_{ij}=d_{ji}$

Αν $d_{jk}+d_{jk}\geq d_{jj}$

και ανάλογα με την δύναμη με την p της γενικευμένης απόστασης Minkowski $0<p<1$ ή $p>1$ μπορεί να υπό- ή υπέρτονίζει, αντίστοιχα, την σημασία των μεγάλων σχετικά αποστάσεων έναντι των μικρών (βλέπε σχετικά Fotheringham 1997).

Ακολούθως, η απλή έννοια της δυαδικής γειτνίασης επεκτάθηκε από τους Cliff και Ord (1981) με την ενσωμάτωση μέτρων "δυνάμει" αλληλεξάρτησης μεταξύ των χωρικών μονάδων. Η έννοια εκφράζεται φυσικά στη μήτρα χωρικών σταθμίσεων W που αναφέρεται ως μήτρα Cliff και Ord. Ο ορισμός των ιδιοτήτων των στοιχείων της μήτρας W αποτελεί πολύπλοκο μεθοδολογικό πρόβλημα της χωρικής οικονομετρίας που αναφέρεται στην ερμηνεία των *υιοθετούμενων μετρικών συστημάτων*, καθώς και των στατιστικών υποθέσεων που διατυπώνονται και βασίζονται σε αυτές τις μήτρες.

Η αρχική διατύπωση του Cliff-Ord συνδυάζει μέτρα απόστασης. Συγκεκριμένα προτείνει την αντίστροφη απόσταση ή αρνητικές εκθετικές συναρτήσεις απόστασης) αφενός όπως στην ακόλουθη έκφραση:

$$w_{ij} = \frac{1}{d_{ij}} \qquad (1.1)$$

και, αφετέρου το σχετικό μήκος του κοινού ορίου μεταξύ των χωρικών μονάδων. Στο ίδιο πνεύμα ο Dacey το 1968 (για τις κλίμακες μέτρησης βλέπε σχετικά Ρόκος 1988 κεφάλαιο 3 και σημειώσεις) προτείνει βάρη που παίρνουν υπόψη και την επιφάνεια α, της μονάδας.

Είτε τα δεδομένα (αρχικές μήτρες) αναφέρονται σε ροές είτε σε γειτνίαση, η έννοια της εξάρτησης *μπορεί να επεκταθεί*, έτσι ώστε να συμπεριλάβει τις μη άμεσες (έμμεσες ή μεταβατικές) σχέσεις εξάρτησης που μπορεί να υφίστανται μεταξύ των χωρικών μονάδων. Προκειμένου να συναχθούν σχέσεις μεταβατικής εξάρτησης είναι απαραίτητη η θεώρηση της μήτρας ως μήτρας συνάφειας, ή κανονικοποιημένη μήτρα. Έτσι, η B. H. Aten (1997) χρησιμοποιεί διαφορετικές μήτρες για να απεικονίσει αριθμητικά το χώρο.

Μια αρχική μήτρα με στοιχεία 0-1 μπορεί να θεωρηθεί -απευθείας- ως μήτρα χωρικών σταθμίσεων ή να υποστεί κάποιους από τους μετασχηματισμούς που περιγράφονται παρακάτω και κατά συνέπεια να αποκτήσει την ειδική προς τούτο ερμηνεία. Μία μήτρα αριθμητικών δεδομένων πρέπει να μετασχηματισθεί, ώστε να θεωρηθεί μήτρα χωρικών σταθμίσεων εφόσον τα στοιχεία της είναι τέτοια ώστε τα αθροίσματα γραμμών ή στηλών να είναι διαφορετικά από τη μονάδα. Ο συνηθέστερος μετασχηματισμός είναι αυτός *του Nystuen και Dacey όπου η αρχική μήτρα μετασχηματί*ζεται με τη διαίρεση κάθε στοιχείου του με τα αθροίσματα γραμμής, δηλαδή:

$$w'_{ij} = \frac{w_{ij}}{\sum_{i} w_{ij}} \qquad (1.2)$$

Ο μετασχηματισμός (1) αναδεικνύει τη σχετική σημασία που έχουν για την κάθε φορά εξεταζόμενη γεωγραφική μονάδα οι γεωγραφικές μονάδες που θεωρείται ότι γειτνιάζουν με αυτήν, σύμφωνα με κάποιον από τους προαναφερθέντες ορισμούς γειτνίασης. Παραλλαγές αυτού του μετασχηματισμού είναι η διαίρεση με το συνολικό άθροισμα του πίνακα, ή της γραμμής κλπ. Συγκεκριμένα τέτοιοι μετασχηματισμοί είναι οι ακόλουθοι

$$w'_{ij} = \frac{w_{ij}}{\sum_i \sum_j w_{ij}} \tag{1.3}$$

Με το μετασχηματισμό (2) αναδεικνύεται η επίδραση των σχέσεων γειτνίασης ολόκληρου του γεωγραφικού συστήματος στην κάθε φορά εξεταζόμενη μονάδα.

Στους επόμενους μετασχηματισμούς εισάγεται η έννοια της αναμενόμενης τιμής ενός κελιού της μήτρας χωρικών σταθμίσεων. Με την υιοθέτηση τέτοιου είδους μετασχηματισμών αναδεικνύεται η απόκλιση από των συστηματικών επιδράσεων του χώρου από τις τυχαίες κυμάνσεις.

$$w'_{ij} = \frac{w_{ij} - \hat{w}_{ij}}{\sum_i w_{ij}} \tag{1.4}$$

$$w'_{ij} = \frac{w_{ij} - \hat{w}_{ij}}{\hat{w}_{ij} \sum_i w_{ij}} \tag{1.5}$$

$$\hat{w}_{ij} = \frac{w_{ij}}{\sum_i \hat{w}_{ij} \sum_i w_{ij}} \tag{1.6}$$

Φυσικά, είναι δυνατόν να κατασκευασθούν πολλές παραλλαγές αυτών των μετασχηματισμών, κάθε μία από τις οποίες θα έχει τη δική της ιδιαίτερη ερμηνεία. Περισσότερο χρησιμοποιούμενες παραλλαγές όμως είναι οι δύο πρώτες και ιδιαίτερα η πρώτη.

Σύμφωνα με κάποιον από τους προηγούμενους μετασχηματισμούς της αρχικής μήτρας, στη μήτρα χωρικών σταθμίσεων είναι πλέον ευχερής η συναγωγή των μεταβατικών σχέσεων εξάρτησης με την ύψωση της μήτρας χωρικών σταθμίσεων σε δυνάμεις. Έτσι, η ύψωση της μήτρας χωρικών σταθμίσεων στην δύναμη 2 δίνει τις γειτνιάσεις -2 της μήτρας, η ύψωση της στη δύναμη 3 δίνει τις γειτνιάσεις -3 κ.ο.κ. Με τους όρους γειτνίαση-2, γειτνίαση-3 κλπ. νοείται ο αριθμός των μεταβατικών σταδίων που απαιτούνται, έτσι ώστε δύο χωρικές μονάδες των μητρών που δεν διαθέτουν γειτνίαση 1-1 (δεν είναι γειτονικές στη μήτρα χωρικών σταθμίσεων) να γειτονέψουν, ή με άλλα λόγια πόσες χωρικές μονάδες πρέπει κάποιος να διασχίσει, ώστε να μεταβεί από μία χωρική μονάδα σε μία άλλη k-γειτνίασης με την πρώτη. Δηλαδή αν η γεωγραφική μονάδα Α έχει δεύτερου βαθμού γειτνίαση με τη γεωγραφική μονάδα Β, ή γειτνίαση-2, τότε αυτό σημαίνει πως για να μεταβεί κάποιος από την Α στη Β πρέπει να διασχίσει τουλάχιστον άλλη μία μονάδα.

2. Ο Συντελεστής χωρικής αυτοσυσχέτισης Moran I

Ο συντελεστής χωρικής αυτοσυσχέτισης του Moran, I, είναι το κλασικό μέτρο χωρικής αυτοσυσχέτισης. Ακολουθώντας τους συμβολισμούς των Cliff και Ord (1981) και Anselin (1988), υπολογίζεται από την έκφραση

$$I = \frac{N}{S_0} \frac{x'Wx}{x'x} \tag{2.1}$$

όπου N είναι το πλήθος των μονάδων του γεωγραφικού συστήματος, S_0 ένας παράγοντας κανονικοποίησης που ισούται με το άθροισμα όλων των στοιχείων της μήτρας χωρικών σταθμίσεων και συγκεκριμένα

$$S_0 = \sum_{\substack{i=1 \\ j=1}}^{N} w_{ij}$$

το x είναι ένα διάνυσμα με στοιχεία της παρατήρησης που έχουν μετασχηματισθεί ως ακολούθως:
x = M y

Η μήτρα Μ υπολογίζεται από την έκφραση

$$M = I_N - \frac{1}{N}11'$$

όπου I_N είναι η μοναδιαία μήτρα τάξεως Ν και το διάνυσμα 1 είναι ένα διάνυσμα (Νx1) με όλα τα στοιχεία του ίσα με 1, ενώ το 1' είναι το ανάστροφό του. Ο μετασχηματισμός αυτός προβάλλει το διάνυσμα των δεδομένων της παρατήρησης στον χώρο των καταλοίπων μιας χωρικής διαδικασίας. Στο σημείο αυτό μπορούν να διατυπωθούν οι υποθέσεις για αυτήν τη χωρική διαδικασία. Συγκεκριμένα μπορεί να θεωρηθεί ότι η διαδικασία αυτή είναι μία από κοινού *κατανομή Ν τυχαίων διαδικασιών που ακολουθούν την* κανονική κατανομή, ή ότι τα κατάλοιπα συνδέονται μεταξύ τους με μια χωρική διαδικασία, υπάρχει δηλαδή χωρική αυτοσυσχέτιση.

Η ασυμπτωτική κατανομή του στατιστικού αναπτύχθηκε από τους Cliff και Ord και τείνει στην κανονική κατανομή για μία κατάλληλα μετασχηματισμένη μεταβλητή z, επιτρέποντας έτσι τον κλασικό στατιστικό έλεγχο. Η εν λόγω μεταβλητή υπολογίζεται από την έκφραση

$$z = \frac{I - E[I]}{V[I]^{1/2}} \qquad (2.2)$$

όπου E[I] είναι η αναμενόμενη τιμή του στατιστικού και V[I] είναι η διακύμανση. Οι ποσότητες αυτές υπολογίζονται από τις εκφράσεις

$$E[I] = -\frac{1}{N-1} \qquad (2.3)$$

$$V[I] = \frac{1}{(N-1)(N+1)S_0^2}\left(N^2 S_1 - N S_2 + 3 S_0^2\right) - [E[I]]^2 \qquad (2.4)$$

όπου το S_1 υπολογίζεται από την έκφραση

$$S_1 = \frac{1}{2}\sum_{\substack{i=1 \\ j=1}}^{N}\left(w_{ij} + w_{ji}\right)^2$$

και είναι το άθροισμα των ευκλείδειων αποστάσεων όλων των παρατηρήσεων μεταξύ τους και το S_2 από την έκφραση

$$S_2 = \sum_{j=1}^{N}\left(w_{j.} + w_{.j}\right)^2$$

και είναι το ευκλείδειο άθροισμα των αθροισμάτων όλων των στηλών, δηλαδή το ευκλείδειο άθροισμα των σταθμίσεων όλων των γεωγραφικών ενοτήτων.

3. Ερμηνεία του συντελεστή και επιλογή χωρικής εξειδίκευσης

Η ερμηνεία του συντελεστή Moran I ενώ είναι σαφής στην περίπτωση ανυπαρξίας χωρικής αυτοσυσχέτισης (υπόθεση μηδέν) δεν είναι το ίδιο στην περίπτωση απόρριψης της υπόθεσης μηδέν (εναλλακτική υπόθεση). Τούτο διότι υπολογίζεται για συγκεκριμένη μήτρα χωρικών σταθμίσεων και ως εκ τούτου δεν στοιχειοθετείται μία και μόνο μία και αποκλειστική εναλλακτική υπόθεση. Δηλαδή η αποδοχή *της εναλλακτικής υπόθεσης σημαίνει ότι υπάρχει χωρική* αυτοσυσχέτιση για τη συγκεκριμένη ποσοτική έκφραση του χώρου, όπως αυτή περιγράφηκε από τη συγκεκριμένη *μήτρα χωρικών σταθμίσεων (για την ερμηνεία των στατιστικών υποθέσεων* βλέπε σχετικά Tiefelsdorf, 1998, σελ. 104). Συνεπώς ο δείκτης έχει και χαρακτήρα ελέγχου της *εσφαλμένης εξειδίκευσης, κατά αναλογία με το συντελεστή* Durbin – Watson.

Την χωρική οικονομετρία επομένως, ενδιαφέρει ένα ακόμα πρόβλημα σχετικά με τον κλασικό στατιστικό έλεγχο. Το πρόβλημα αυτό είναι η ορθή απεικόνιση του παράγοντα χώρος, με τις μήτρες χωρικών σταθμίσεων. Συγκεκριμένα, εξετάζεται η ποιότητα της ποσοτικής απεικόνισης του γεωγραφικού συστήματος. Η χωρική οικονομετρία ενδιαφέρεται *για εκείνη την απεικόνιση του χώρου, που περιορίζει την* πιθανότητα να θεωρηθεί εσφαλμένα ως αληθές, το γεγονός της χωρικής ανεξαρτησίας, ενώ στην πραγματικότητα ισχύει ο νόμος του Tobler, περί γεωγραφικής αλληλεξάρτησης. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να διατυπωθεί με τον ακόλουθο τρόπο. Όταν δοθεί ένα σύνολο παρατηρήσεων $x_1, x_2, \ldots, x_N$, που προέρχεται από τον πληθυσμό $X_1, X_2, \ldots, X_N$ με συνάρτηση κατανομής f(x; θ1, θ2, ..., θκ) και που αντιστοιχεί σε N χωρικές μονάδες η απεικόνιση των οποίων περιγράφεται από τη μήτρα χωρικών σταθμίσεων W, τότε η μήτρα αυτή περιγράφει το εξεταζόμενο γεωγραφικό σύστημα με τον καλύτερο τρόπο. Έτσι, τίθεται το πρόβλημα της επιλογής της καλύτερης απεικόνισης του χώρου, δηλαδή της επιλογής της πιο κατάλληλης μήτρας χωρικών σταθμίσεων και κατά συνέπεια της δημιουργίας ενός κριτηρίου για το σκοπό αυτό.

Κατά τα γνωστά η ποιότητα των κριτηρίων ελέγχου αξιολογείται από την πιθανότητα να διαπραχθεί σφάλμα τύπου I και II. Συνεπώς το άριστο κριτήριο θα ήταν εκείνο που ελαχιστοποιεί ταυτόχρονα και τα δύο είδη σφάλματος. Τούτο όμως κατά τα γνωστά δεν είναι δυνατόν και στο σημείο αυτό εισάγεται η έννοια της δυνάμεως κριτηρίου, δηλαδή η ικανότητα του εν λόγω κριτηρίου να απορρίπτει τη μηδενική υπόθεση, όταν είναι ορθή η εναλλακτική (βλέπε σχετικά Λαμπράκης 1980, κεφάλαιο 7). Στην χωρική οικονομετρία η έννοια της δύναμης κριτηρίου μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

Έστω W η μήτρα χωρικών σταθμίσεων, z ένα στατιστικό κριτήριο και A η περιοχή απόρριψης του κριτηρίου, δηλαδή η περιοχή όπου αποδεικνύεται ότι υπάρχει χωρική αλληλεξάρτηση. Τότε η δύναμη κριτηρίου συμβολίζεται με δ(θ) και είναι η πιθανότητα απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης H_0, όταν η πραγματική τιμή της παραμέτρου είναι η θ_0. Δηλαδή:

δ(θ) = P(με τη συγκεκριμένη W το z βρίσκεται στην A, ενώ η τιμή θ_0 είναι αληθής)

Αυτό είναι ισοδύναμο με την πιθανότητα να διαπραχθεί σφάλμα τύπου I και επιπλέον όταν η πραγματική τιμή της παραμέτρου θ είναι η θ_0 και ο παράγων χώρος περιγράφεται με τη συγκεκριμένη μήτρα χωρικών σταθμίσεων W, τότε η δύναμη κριτηρίου για την τιμή αυτή είναι:

$\delta(\theta_0) = \alpha$

Αν όμως είναι αληθής οποιαδήποτε άλλη τιμή θ_1 της παραμέτρου θ, η δύναμη κριτηρίου μετράει την ικανότητα του κριτηρίου να ανιχνεύει το γεγονός ότι η υπόθεση μηδέν είναι εσφαλμένη. Δηλαδή

$\delta(\theta_1)$ = P (απόρριψης της H_0, όταν ισχύει η H_1)

Παράλληλα όμως ισχύει

β = P (αποδοχής της H_0, όταν ισχύει η H_1),

όπου β είναι η πιθανότητα να διαπραχθεί σφάλμα τύπου II. Από τις δύο προηγούμενες σχέσεις συνάγεται ότι η δύναμη κριτηρίου είναι:

$\delta(\theta_1) = 1 - \beta$

Συνεπώς με τη βοήθεια της συνάρτησης δύναμης κριτηρίου μπορεί να επιλεγεί η καταλληλότερη απεικόνιση του χώρου. Συγκεκριμένα από όλες τις απεικονίσεις του χώρου, δηλαδή από όλες τις εναλλακτικές μορφές της μήτρας χωρικών σταθμίσεων, εκτιμώνται όλα τα κριτήρια με επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας α και αναζητείται εκείνο του οποίου η συνάρτηση δύναμης κριτηρίου έχει τη μεγαλύτερη τιμή.

Με άλλα λόγια δηλαδή επιλέγεται εκείνη η απεικόνιση του χώρου, η οποία ελαχιστοποιεί την πιθανότητα β.

Η πιθανότητα β δίνεται από την έκφραση:

$$\beta = F\left[\frac{EI - I}{VI^{1/2}} + z_{\alpha/2}\right] - F\left[\frac{EI - I}{VI^{1/2}} - z_{\alpha/2}\right] \qquad (3.1)$$

Η εκτίμηση της πιθανότητας β της έκφρασης (3.1) γίνεται ως ακολούθως έχοντας υπόψιν ότι η ισχύς της H_0 σημαίνει πως αληθής τιμή του συντελεστή χωρικής αυτοσυσχέτισης είναι η EI, ενώ η ισχύς της H_A σημαίνει πως ο συντελεστής έχει την τιμή I και φυσικά η τιμή που μπορεί ο εν λόγω συντελεστής να έχει για ένα οποιοδήποτε δείγμα είναι I_i.

Έτσι, διαδοχικά ισχύει:

$$\beta = P\left(EI - k' < I_i < EI + k'/H_A \ \text{ΑΛΗΘΗΣ}\right),$$

και αφού ισχύει η H_A, δηλαδή αληθής τιμή του συντελεστή είναι η I,

$$\beta = P\left(EI - k' - I < I_i - I < EI + k' - I\right)$$

διαιρώντας με την αναμενόμενη τυπική απόκλιση και αναδιατάσσοντας τους όρους ισχύει,

$$\beta = P\left(\frac{EI - I}{VI^{1/2}} - \frac{k'}{VI^{1/2}} < \frac{I_i - I}{VI^{1/2}} < \frac{EI - I}{VI^{1/2}} + \frac{k'}{VI^{1/2}}\right)$$

θέτοντας $\frac{k'}{VI^{1/2}} = z_{\alpha/2}$ ισχύει

$$\beta = P\left(\frac{EI - I}{VI^{1/2}} - z_{\alpha/2} < z < \frac{EI - I}{VI^{1/2}} + z_{\alpha/2}\right)$$

Που είναι ίδια με την έκφραση (3.1) όταν το I είναι μεγαλύτερο του μηδενός, και έχει εκφραστεί σε όρους αθροιστικής συνάρτησης κατανομής.

4. Εμπειρικά αποτελέσματα

Στο δεύτερο μέρος του άρθρου αναλύεται εμπειρικά το *πρότυπο εγκατάστασης* του τραπεζικού *συστήματος στο Λεκανοπέδιο των* Αθηνών. *Αυτή η εφαρμογή δείχνει ότι η* προταθείσα μεθοδολογία για την επιλογή της καλύτερης μαθηματικής απεικόνισης του χώρου έχει αποτέλεσμα στην περίπτωση ανάλυσης ενός γεωγραφικού συστήματος οι υπομονάδες του οποίου είναι διοικητικές ενότητες, στην προκειμένη περίπτωση ταχυδρομικοί κωδικοί.

Έτσι το Λεκανοπέδιο των Αθηνών *έχει υποδιαιρεθεί σε* 229 ταχυδρομικούς κωδικούς κάθε ένας από τους οποίους είναι και μία χωρική ενότητα του συστήματος. Το τραπεζικό σύστημα στην εφαρμογή ορίζεται ως ο αριθμός των τραπεζικών καταστημάτων που είναι εγκατεστημένα σε κάθε χωρική ενότητα.

Ο χώρος έχει αναπαρασταθεί με έξι διαφορετικούς τρόπους, *δηλαδή έχουν κατασκευασθεί έξι διαφορετικές* μήτρες χωρικών σταθμίσεων. Η πρώτη μήτρα κατασκευάζεται *σύμφωνα* με την *έκφραση* (1.1). Η δεύτερη είναι η κανονικοποίηση της πρώτης σύμφωνα με την έκφραση (1.2). Το δεύτερο ζευγάρι μητρών είναι τα αρχικά δεδομένα γειτνίασης τύπου 0-1, όπου γειτονικές θεωρούνται δύο χωρικές ενότητες, αν έχουν κοινή ακμή και τότε το αντίστοιχο στοιχείο της μήτρας έχει την τιμή 1, αλλιώς έχει την τιμή 0. Η δεύτερη από αυτές της μήτρες έχει επίσης κανονικοποιηθεί σύμφωνα με την έκφραση (1.2). Η πέμπτη και η έκτη μήτρα είναι συνδυασμός των προηγούμενων *απεικονίσεων του χώρου. Συγκεκριμένα* τα *στοιχεία* της πέμπτης μήτρας είναι το αντίστροφο των αποστάσεων μεταξύ δύο γειτονικών χωρικών ενοτήτων, αλλιώς είναι μηδέν. Σημειώνεται τέλος ότι σε όλες τις απεικονίσεις του χώρου τα διαγώνια στοιχεία των μητρών χωρικών σταθμίσεων είναι μηδέν.

Εφαρμόζοντας τις εκφράσεις της τέταρτης ενότητας προκύπτουν οι ακόλουθες εκτιμήσεις για τις έξι απεικονίσεις του χώρου:

ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

Μήτρα χωρικών σταθμίσεων με αντίστροφες αποστάσεις

Συντελεστής Moran I	-0,0070358
Αναμενόμενη τιμή συντελεστή Moran I	-0,0043859
Αναμενόμενη διακύμανση	0,00008919
Τιμή στατιστικού Z	-0,2805723
Δύναμη κριτηρίου	0,05906125

Μήτρα χωρικών σταθμίσεων με κανονικοποιημένες αντίστροφες αποστάσεις

Συντελεστής Moran I	-0,0064449
Αναμενόμενη τιμή συντελεστή Moran I	-0,0043859
Αναμενόμενη διακύμανση	0,00008405
Τιμή στατιστικού Z	-0,2245704
Δύναμη κριτηρίου	0,00557925

Μήτρα χωρικών σταθμίσεων με αρχικά δεδομένα γειτνίασης (0-1)

Συντελεστής Moran I **	0,12852255
Αναμενόμενη τιμή συντελεστή Moran I	-0,0043859
Αναμενόμενη διακύμανση	0,00438596
Τιμή στατιστικού Z	3,24080959
Δύναμη κριτηρίου	0,89986982

Μήτρα χωρικών σταθμίσεων με κανονικοποιημένα αρχικά δεδομένα γειτνίασης (0-1)

Συντελεστής Moran I **	0,15933215
Αναμενόμενη τιμή συντελεστή Moran I	-0,0043859
Αναμενόμενη διακύμανση	0,00178058
Τιμή στατιστικού Z	2,74381918
Δύναμη κριτηρίου	0,97256180

Συνδυαστική μήτρα χωρικών σταθμίσεων

Συντελεστής Moran I *	0,09713320
Αναμενόμενη τιμή συντελεστή Moran I	-0,0043859
Αναμενόμενη διακύμανση	0,00238000
Τιμή στατιστικού Z	2,08093789
Δύναμη κριτηρίου	0,54815650

Κανονικοποιημένη συνδυαστική μήτρα χωρικών σταθμίσεων

Συντελεστής Moran I **	0,1362890
Αναμενόμενη τιμή συντελεστή Moran I	-0,0043859
Αναμενόμενη διακύμανση	0,00189870
Δύναμη κριτηρίου	0,89759115

Ο στατιστικός έλεγχος δείχνει ότι ο συντελεστής Moran I διαφέρει από την αναμενόμενη τιμή του τόσο σε επίπεδο στατιστικής εμπιστοσύνης 5%, όσο και σε 1% σε τρεις περιπτώσεις που σημειώνονται στον πίνακα με «**». Σε μία ακόμα περίπτωση ο συντελεστής διαφέρει από την αναμενόμενη τιμή του σε επίπεδο στατιστικής εμπιστοσύνης 5%, που σημειώνονται στον πίνακα με «*». Αυτό σημαίνει σύμφωνα με τον νόμο Tobler ότι απορρίπτεται η απεικόνιση του χώρου με τις δύο πρώτες μήτρες χωρικών σταθμίσεων, ενώ τελικά επιλέγεται ως καλύτερη απεικόνιση εκείνη με τη μήτρα χωρικών σταθμίσεων με κανονικοποιημένα αρχικά δεδομένα γειτνίασης (0-1).

Η ερμηνεία αυτού του συντελεστή δείχνει σύμφωνα με την ενότητα τέσσερα ότι τα τραπεζικά υποκαταστήματα είναι διεσπαρμένα γύρω από μεμονωμένα σημεία και σχηματίζουν μεγάλες ομοιογενείς περιοχές. Αυτό συμβαίνει γιατί ο συντελεστής χωρικής αυτοσυσχέτισης έχει θετικό πρόσημο εκεί όπου είναι στατιστικά σημαντικός, ενώ η μήτρα χωρικών σταθμίσεων αναπαριστά χωρική αυτοσυσχέτιση πρώτου βαθμού. Ακολουθεί το πρόγραμμα στη ψευδογλώσσα μητρών του SPSS.

```
**** Spatial autocorrelation analysis ****.
**** SPSS environment modifications ****.
set mxloops=999.
**** Matrix command ****.
matrix.
**** Data Input and Matrix creation ****.
get x / variables banks.
get w / variables v001 to v229.
**** Intermediate estimations ****.
compute S0=0.
compute S1=0.
compute S2=0.
compute N=rank(w).
compute one=make(N,1,1).
compute M=ident(N)-(1/N)*one*t(one).
compute y=M*x.
loop counter1=1 to N.
loop counter2=1 to N.
compute S0a=S0+w(counter1, counter2).
compute wS1=((w(counter1, counter2)+w(counter2, counter1))**2)/2.
compute S1a=S1+wS1.
compute S0=S0a.
compute S1=S1a.
compute wS2=(rsum(w(counter1, counter2))+csum(w(counter1, counter2)))**2.
compute S2a=S2+wS2.
compute S2=S2a.
```

```
end loop.
end loop.
**** Coefficient estimations ****.
compute I=(N/S0)*(t(y)*w*y/(t(y)*y)).
compute EI=-1/(N-1).
compute VI=(N**2*S1-N*S2+3*S0**2)/((N-1)*(N+1)*S0**2)-EI**2.
compute z=(I-EI)/VI**(1/2).
compute b=cdfnorm(-z+1.96)-cdfnorm(-z-1.96).
compute d=1-b.
**** Printings ****.
print I / title "Moran I".
print EI / title "Expected value of Moran I".
print VI / title "Expected variance".
print z / title "Z-score".
print b / title "Probability b".
print d / title "Power of the test".
print N / title "Number of geographical units".
end matrix.
```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ANSELIN, L., (1988), *Spatial Econometrics: Methods and Models*, Kluwer Academic Publishers.

ATEN, B., H., (1997), "Does Space Matter? International Comparisons of the Prices of Tradeables and Nontradeables", *International Regional Science Review*, Vol. 20, 1&2.

CLIFF, A., D., ORD, J., K., (1981), *Spatial Processes, models and applications*, Pion, London.

FOTHERINGHAM, S., A., CHARLTON, M. and BRUNDSON, C., (1997), "Measuring Spatial Variations in Relationships with Geographically Weighted Regression", στο M. M., FISCHER, and A. GETIS (eds.), *Recent Developments in Spatial Analysis*, Springer, 60-82.

ΛΑΜΠΡΑΚΗΣ (1980), *Στατιστική*, Αθήνα.

ΠΑΠΑΔΑΣΚΑΛΟΠΟΥΛΟΣ, Α., (1996), *Μέθοδοι Περιφερειακής Ανάλυσης*, Εκδόσεις Παπαζήση, Αθήνα.

ΡΟΚΟΣ, Κ., (1988), *Ταξονομική Ανάλυση*, Εκδόσεις Ινστιτούτου Περιφερειακής Ανάπτυξης, Αθήνα.

TOBLER, W. (1979), "Cellular Geography", στο S. GALE and G. OLSSON, *Philosophy in Geography*, 379-386.

TIEFELSDORF, M., (1998), "Some practical applications of Moran's I's exact conditional distribution", *Papers in Regional Science*, Vol.77, 2, 101-129.